

# **Физика колебаний – лабораторная работа 4**

## **Вынужденные колебания линейного осциллятора**

Методические рекомендации

### **Цели работы:**

- Изучить закономерности установившихся вынужденных колебаний линейного механического осциллятора при синусоидальном возбуждении.
- Исследовать резонансные зависимости амплитуды и фазы установившихся вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы.
- Исследовать превращения энергии при вынужденных колебаниях осциллятора.
- Изучить переходные процессы установления вынужденных колебаний при резонансе и вдали от резонанса.

### **При подготовке к лабораторной работе следует:**

1. Повторить соответствующий теоретический материал (тема 4, см. ниже), пользуясь конспектом лекций и рекомендованным Вам учебником физики.
2. Изучить учебное пособие «Вынужденные колебания линейного осциллятора». Рекомендуется проделать на черновике вывод всех формул, особенно тех, что в пособии приведены без вывода.
3. Подготовить письменно краткие ответы на предлагаемые Вам «Вопросы для самоконтроля» (см. ниже).
4. Решить некоторые теоретические задачи из учебного пособия «Вынужденные колебания линейного осциллятора» (по индивидуальному заданию преподавателя).
5. Познакомиться с «Требованиями к оформлению отчета» о выполненной работе.

### **Теоретический материал (тема 4)**

Вынужденные колебания линейного осциллятора при синусоидальном внешнем воздействии. Силовое и кинематическое возбуждение вынужденных колебаний. Механическая и электромагнитная модели вынужденных колебаний. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний осциллятора. Частное решение неоднородного уравнения и установившиеся вынужденные колебания. Резонансные кривые (амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики). Резонанс смещения и скорости. Влияние трения на форму резонансных кривых. Энергетические превращения при установившихся колебаниях. Особенности энергетических превращений при кинематическом возбуждении.

Общее решение неоднородного уравнения и переходные процессы. Условие отсутствия переходного процесса. Резонанс в отсутствие трения. Переходные процессы в условиях резонанса и вдали от резонанса. Биения. Разложение переходного процесса на установившиеся вынужденные колебания и колебания на собственной частоте. Фазовые траектории переходных процессов и сечения Пуанкаре.

**Вопросы для самоконтроля**

1. Опишите физическую систему (торсионный пружинный осциллятор), которая моделируется в лабораторной работе. Какими *физическими параметрами* характеризуется пружинный осциллятор? Каким образом реализуется синусоидальное внешнее воздействие на осциллятор?
2. Какие параметры характеризуют *математическую модель* осциллятора, используемую в лабораторной работе? Почему модель характеризуется меньшим числом параметров, чем моделируемая физическая система? Какими соотношениями параметры модели выражаются через параметры физической системы? Какими параметрами характеризуется внешнее воздействие на осциллятор?
3. Какими переменными характеризуется *механическое состояние* осциллятора, совершающего вынужденные колебания?
4. Приведите вывод дифференциального уравнения *вынужденных колебаний* торсионного осциллятора, моделируемого в лабораторной работе. Чем это уравнение отличается от уравнения, описывающего *собственные колебания* такого осциллятора?
5. Как можно записать *общее решение* дифференциального уравнения вынужденных колебаний гармонического осциллятора? Чем определяются значения *произвольных постоянных* в общем решении уравнения? Какую физическую интерпретацию можно предложить для каждого из членов в общем решении уравнения вынужденных колебаний?
6. Какой вид вынужденных колебаний осциллятора называют *установившимися колебаниями*? При каких физических условиях можно реализовать на практике установившиеся колебания осциллятора? Какой вид имеет *фазовая траектория* установившихся колебаний?
7. Какие физические параметры осциллятора и внешнего воздействия на него определяют *частоту, амплитуду и фазу* установившихся вынужденных колебаний?
8. В чем заключается явление *резонанса*? При каких условиях наблюдается *резонанс смещения и резонанс скорости*?
9. Как фаза и амплитуда установившихся колебаний зависят от частоты внешнего воздействия на осциллятор? Что называют *фазо-частотной* и *амплитудно-частотной характеристиками* осциллятора (или резонансными кривыми)?
10. Какие физические параметры определяют высоту *резонансного пика* (максимум амплитуды установившихся колебаний) и *ширину резонансной кривой*?
11. С какой амплитудой и в какой фазе происходят установившиеся колебания ротора торсионного осциллятора, если возбуждающий шатун совершает заданное очень медленное колебательное движение около некоторого среднего положения?
12. Какими *фазовыми соотношениями* характеризуются установившиеся колебания в условиях резонанса? Что можно сказать о соотношении фаз колебаний вынуждающего шатуна и угловой скорости ротора при резонансе?
13. Какой физической величиной, характеризующей осциллятор, определяется отношение резонансной амплитуды ротора к амплитуде возбуждающего шатуна?
14. В каких случаях для расчета амплитуды установившихся колебаний можно пользоваться частным решением дифференциального уравнения, в котором не учитывается трение?
15. Какие *превращения энергии* происходят при установившихся вынужденных колебаниях осциллятора? Рассмотрите случаи, когда частота внешнего воздействия ниже резонансной частоты, когда она совпадает с резонансной частотой и когда она выше резонансной частоты.
16. Как зависит от частоты внешнего возбуждения отношение средних значений кинетической и потенциальной энергий осциллятора при установившихся вынужденных колебаниях? Сравните случаи *кинематического* и *прямого силового возбуждения* вынужденных колебаний.
17. Дайте характеристику спектральной зависимости средней мощности, поглощаемой и рассеиваемой осциллятором, совершающим установившиеся вынужденные колебания. Какую кривую называют *лоренцевским контуром*?
18. Какими параметрами определяется в общем случае длительность процесса установления вынужденных колебаний? При каких условиях установившиеся колебания будут происходить сразу после включения внешнего воздействия, т.е. без *переходного процесса*?
19. По какому закону растет со временем амплитуда колебаний ротора в условиях точной настройки в резонанс, если до включения внешнего воздействия ротор покоился в положении равновесия?
20. Может ли амплитуда колебаний осциллятора убывать во время переходного процесса в условиях точной настройки в резонанс?
21. Объясните физические причины возникновения *переходных биений*, возникающих, когда частота возбуждения близка к собственной частоте. Рассмотрите процесс биений с точки зрения направления передачи энергии в зависимости от фазовых соотношений между колебаниями ротора и движением возбуждающего шатуна. Как можно объяснить возникновение биений на *спектральном языке*, рассматривая переходный процесс как суперпозицию установившихся колебаний и затухающих собственных колебаний?

22. Что такое *сечения Пуанкаре*? Объясните наблюдаемое при моделировании поведение сечений Пуанкаре на фазовой траектории в процессе установления вынужденных колебаний.
23. Какие процессы в *колебательном контуре*, состоящем из конденсатора, катушки индуктивности и резистора, аналогичны вынужденным колебаниям массивного ротора на упругой пружине в механическом осцилляторе? Что является аналогом резистора в механическом осцилляторе?

## Задания и порядок выполнения лабораторной работы

1. Начните работу с просмотра подготовленных примеров, последовательно выбирая их из списка, который открывается при щелчке мышью по кнопке «Примеры», расположенной непосредственно под моделью осциллятора. Эти примеры иллюстрируют как типичные, так и некоторые необычные виды движений осциллятора, детальное изучение которых предусмотрено в данной лабораторной работе.
  - Просмотрите последовательно все примеры из приведенного списка, запуская каждый раз (кнопкой «Пуск / Пауза») моделирование соответствующих движений осциллятора.
  - Особое внимание обратите на фазовые соотношения между движением возбуждающего шатуна и колебаниями ротора при установившихся колебаниях и в переходных процессах.
2. Изучите установившиеся вынужденные колебания осциллятора при разных значениях частоты внешнего воздействия. Чтобы в процессе моделирования не нужно было дожидаться установления колебаний, т.е. чтобы сразу (с самого начала моделирования) наблюдались установившиеся колебания, нужно на панели управления выбрать опцию «Установившиеся колебания». При этом программа автоматически выберет такие начальные условия, при которых переходный процесс отсутствует (игнорируя начальные условия, введенные Вами в панели «Параметры»).
  - Откройте окно «Графики колебаний», установив «галочку» в соответствующее окно панели управления (слева от модели маятника). Введите частоту внешнего воздействия, примерно вдвое меньшую частоты (частота внешнего воздействия задается в единицах собственной частоты осциллятора). Значения параметров можно вводить в соответствующие поля панели «Параметры» (справа от модели маятника) либо с клавиатуры, либо с помощью движка, расположенного непосредственно ниже поля ввода. При впечатывании параметров с клавиатуры поле ввода окрашивается в желтый цвет. После завершения ввода каждого параметра необходимо нажать клавишу «Enter», в результате чего поле ввода приобретает обычный цвет. По окончании ввода всех параметров нажмите кнопку «Принять значения».
  - Начните моделирование, нажав кнопку «Пуск». Регулятором «Моделирование» установите временной масштаб, удобный для наблюдения». Обратите внимание на вид графиков угла отклонения ротора и возбуждающего шатуна. Какой математической функции соответствует каждый из графиков? В каком соотношении находятся фазы колебаний на этих графиках? Несколько раз приостановите моделирование кнопкой «Пауза» в разных фазах колебаний и сопоставьте наблюдаемые положения ротора и возбуждающего шатуна с соответствующими точками графиков. Повторите эксперимент при другом значении добротности.
  - Откройте окно «Энергия от времени». При моделировании колебаний обратите внимание на соотношение графиков потенциальной, кинетической и полной энергий. На протяжении некоторой части периода энергия передается от шатуна к осциллятору, а затем обратно от осциллятора к возбуждающему шатуну. Объясните наблюдаемое направление передачи энергии, сопоставляя графики превращений энергии с графиками движения шатуна и ротора.
  - Повторите описанные выше эксперименты и ответьте на поставленные вопросы при частоте внешнего воздействия, превышающей собственную частоту.
  - Внимательно изучите наблюдаемые графики колебаний и превращений энергии при возбуждающей частоте, близкой к собственной частоте осциллятора, и в условиях точной настройки в резонанс.
3. Изучите переходные процессы установления вынужденных колебаний. Для того, чтобы программа отображала переходный процесс при начальных условиях, введенных Вами в панели «Параметры», нужно в панели управления выбрать опцию «Переходный процесс».
  - Начните изучение переходных процессов со случая резонансной раскачки осциллятора из состояния покоя в положении равновесия (т.е. при нулевых начальных условиях). Сначала используйте окно программы «Графики колебаний». Обратите внимание на то, что угловая скорость ротора (нижний график) изменяется в фазе с движением возбуждающего шатуна, что создает оптимальные условия для передачи энергии осциллятору. На начальном этапе раскачки амплитуда растет почти по линейному закону. Постепенно монотонный рост амплитуды ротора замедляется, и в конце концов она асимптотически приближается к значению, соответствующему установившимся колебаниям. Это значение в  $Q$  раз больше амплитуды шатуна ( $Q$  – добротность осциллятора).

- На панели управления установите «галочку» в окно «Разложение переходного процесса» и повторите моделирование сначала. Познакомьтесь с представлением процесса раскочки в виде суперпозиции экспоненциально затухающих колебаний на собственной частоте (красная кривая) и установившихся вынужденных колебаний (синяя кривая). По графикам ясно видно, что в данном случае эти колебания происходят в противофазе и на начальном этапе гасят друг друга.
  - Убедитесь, что при точной настройке в резонанс в отсутствие трения амплитуда колебаний линейного осциллятора растет неограниченно. Как нужно задать начальные условия для того, чтобы при настройке в резонанс вначале происходило уменьшение амплитуды?
  - Познакомьтесь с процессами установления колебаний в окрестности резонанса. Постарайтесь понять физическую причину возникновения переходных биений, наблюдая за движением самой системы и сопоставляя это движение с графиками движения ротора и возбуждающего шатуна. Почему рост амплитуды через некоторое время сменяется ее убыванием, которое в свою очередь снова сменяется ростом? Как объяснить переходные биения на спектральном языке (представляя переходный процесс в виде суперпозиции вынужденных и собственных затухающих колебаний)?
  - Изучите процессы установления колебаний вдали от резонанса. Объясните наблюдаемую форму фазовой траектории (ее можно наблюдать, открыв окно «Фазовая кривая») в случаях простого кратного отношения собственной и вынуждающей частот. Как ведет себя в процессе установления колебаний последовательность сечений Пуанкаре? Как можно объяснить такое поведение?
4. Проверьте в моделирующем эксперименте Ваши теоретические решения тех задач из учебного пособия, которые были предложены Вам преподавателем в качестве индивидуального задания.
- Введите необходимые значения параметров и выполните соответствующие эксперименты. Зарисуйте (или распечатайте на принтере) графики и фазовые диаграммы для включения в отчет.
  - Сопоставьте результаты экспериментов с Вашими теоретическими предсказаниями. Если обнаруживаются расхождения результатов расчета с экспериментом, обязательно попытайтесь установить причину расхождений. Результаты экспериментальной проверки Ваших решений включите в отчет о лабораторной работе.

После выполнения всех заданий подготовьте отчет о проделанной лабораторной работе, руководствуясь «Требованиями к оформлению отчета».

## Требования к оформлению отчета

Отчет о проделанной лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Титульный лист с указанием названия и номера лабораторной работы, фамилии и имени студента, номера учебной группы, даты выполнения работы и даты представления отчета.
2. Цель лабораторной работы с определением изучаемого физического явления и краткое описание моделируемой физической системы и ее математической модели.
3. Теоретический раздел с кратким изложением основных характеристик изучаемого явления, его места в классификации колебаний по разным признакам, и описанием математической модели физической системы, используемой для его изучения. В этом разделе должны быть приведены все основные формулы (связь параметров физической системы и ее математической модели, дифференциальное уравнение, описывающее систему, его общее решение, частные решения для наиболее важных и интересных случаев, уравнение фазовой траектории, выражения для разных видов энергии и их средних значений и т.п.). В этом разделе следует обязательно привести вывод тех формул, которые в учебном пособии приведены без вывода.
4. Ответы на вопросы для самоконтроля, которые сформулированы в «Методических рекомендациях» к данной лабораторной работе. Рекомендуется проиллюстрировать Ваши ответы соответствующими графиками или иными результатами моделирования (для тех вопросов, где это целесообразно).
5. Теоретическое решение задач из учебного пособия, предложенных Вам преподавателем в качестве индивидуального задания, и результаты самостоятельной проверки Ваших решений с помощью моделирующего эксперимента. В этом разделе нужно привести таблицы соответствующих измерений с обработкой результатов (для заданий, где такие измерения необходимы), графики и/или фазовые траектории (зарисовав их с экрана или распечатав на принтере, если есть такая возможность).