

Комментарии к лекциям по физике

Тема: Основы классической динамики

Содержание лекции

Основы динамики материальной точки. Первый закон Ньютона и его физическое содержание. Динамическая эквивалентность состояния покоя и движения с постоянной скоростью. Связь закона инерции с принципом относительности. Второй закон Ньютона. Сила и механическое движение. Физическая сущность понятия силы в механике. Силы разной физической природы и фундаментальные взаимодействия в физике. Свойства силы и способы измерения сил. Понятие инертной массы. Способы измерения массы. Физическое содержание второго закона Ньютона. Одновременное действие нескольких сил и принцип суперпозиции. Взаимодействие тел и третий закон Ньютона. Логическая схема законов Ньютона и разные возможности ее построения.

Законы динамики и принцип относительности

Динамика изучает механическое движение тел, используя представление об их взаимодействии. Взаимодействие тел — это причина изменения скорости их движения, т. е. причина ускорения. Ускорение тела, в отличие от его положения и скорости, не может быть задано произвольно: ускорение тела в данный момент не зависит от предшествующего движения тела и определяется положением и движением окружающих тел. Основу динамики составляют три закона Ньютона.

Закон инерции (первый закон Ньютона) связан с постановкой основной задачи динамики — задачи объяснения движения. Движение свободного тела, не подверженного действию других тел (движение «по инерции»), как и покой, рассматривается в динамике как естественное состояние, не требующее причины, не требующее объяснения. В то же время это есть утверждение о том, что в динамике состояние покоя и равномерного движения свободного тела неразличимы, т. е. утверждается *динамическая эквивалентность* состояния покоя и движения с постоянной скоростью.

Свободное движение представляет собой наиболее простую форму движения. Первый закон Ньютона утверждает, что в системе отсчета, связанной со свободным телом, движение любого другого свободного тела будет прямолинейным и равномерным, т. е. будет движением с постоянной скоростью \vec{v} , независимо от массы тела, его заряда, магнитного момента и любых других свойств. Это очень общее утверждение, касающееся универсального характера свободного движения, отнюдь не является логической необходимостью (в принципе окружающий нас мир мог бы быть устроен иначе), но оно согласуется со всеми известными наблюдениями за движениями тел в отсутствие сильных гравитационных полей. Фактически это утверждение связывает движение с геометрией физического пространства (прямая — простейшая линия евклидовой геометрии), а также затрагивает геометрические свойства пространства-времени: мировые линии свободных частиц (т. е. геодезические линии в четырехмерном пространстве-времени) представляют со-

бой прямые линии. Подробнее об этом см. в комментариях к теме «Основы теории относительности».

Свободных тел, не подверженных воздействию со стороны других тел, строго говоря, не существует. Однако благодаря убыванию всех известных взаимодействий с увеличением расстояния между телами такое тело можно реализовать на опыте с любой требуемой точностью.

По современным представлениям, основное содержание первого закона Ньютона заключается в утверждении о существовании особого класса систем отсчета, в которых законы механического движения выглядят наиболее просто — так называемых *инерциальных систем*. Подчеркнем еще раз, что существование таких систем не является логической необходимостью, а представляет собой обобщение опытных фактов. Опыт показывает, что *гелиоцентрическая система отсчета* (система, связанная с Солнцем и «неподвижными» звездами) может рассматриваться как инерциальная в рамках достижимой в настоящее время точности измерений. Любая система отсчета, движущаяся относительно гелиоцентрической без ускорения, также является инерциальной.

Закон инерции теснейшим образом связан с *принципом относительности* — полным равноправием (физической эквивалентностью) всех инерциальных систем отсчета. Эквивалентность инерциальных систем проявляется в том, что физические законы во всех таких системах одинаковы. Такие системы невозможно различить с помощью экспериментов, выполняемых в закрытой лаборатории. Законы Ньютона справедливы сразу во всех инерциальных системах отсчета. Это означает, что никакими механическими опытами в изолированной физической системе нельзя установить, покоится она или движется как целое без ускорения относительно гелиоцентрической системы отсчета. Это утверждение выражает физическое содержание механического принципа относительности или принципа относительности Галилея.

Самое трудное в понимании принципа относительности — осознание опытного факта существования множества эквивалентных инерциальных систем отсчета, каждая из которых ничем не лучше и не хуже остальных, но принципиально отличается от любой из неинерциальных систем. Психологически сравнительно легко осознать независимость явлений от места, где они происходят (в этом проявляется однородность физического пространства), но значительно труднее понять ограниченную независимость явлений от состояния движения (принцип относительности Галилея — Ньютона, согласно которому скорости рассматриваются как относительные, а ускорения как абсолютные).

По современным представлениям равноправие инерциальных систем, вытекающее из основанного на наблюдениях закона инерции (первого закона Ньютона), не может ограничиваться только механическими явлениями («чисто механических» явлений попросту не существует) и потому должно распространяться на всю физику (эйнштейновский принцип относительности).

Второй закон Ньютона и инертная масса

Второй закон Ньютона связывает ускорение тела с действующими силами и его массой: в инерциальной системе отсчета ускорение \vec{a} тела пропорционально век-

торной сумме действующих на него сил и обратно пропорционально массе m тела:

$$\vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m}. \quad (1)$$

Сила — это физическая величина, количественно характеризующая взаимодействие тел. Вводимая по определению процедура измерения сил любой физической природы основывается на свойстве сил вызывать деформацию упругих тел. Действующий на этом принципе прибор для измерения сил называется динамометром. Наиболее чувствительная и точная разновидность динамометра — крутильные весы, сыгравшие заметную роль в истории физики.

Законы Ньютона определяют движение тела независимо от природы сил, вызывающих ускорение. В современной физике все многообразие сил, встречающихся в природе, сводится к небольшому числу *фундаментальных взаимодействий* — гравитационному, электромагнитному, сильному и слабому. Область проявления сильных и слабых взаимодействий ограничивается процессами в атомных ядрах и взаимными превращениями элементарных частиц. Описание таких взаимодействий — задача квантовой теории поля. Существует теория, в которой электромагнитное и слабое взаимодействия рассматриваются как разные проявления единого электрослабого взаимодействия. В пределах границ применимости классической механики можно рассматривать только силы гравитационного взаимодействия и различные макроскопические проявления электромагнитного взаимодействия — силы упругости, силы трения и т. п. В сущности далекодействующие гравитационное и электромагнитное взаимодействия определяют все макроскопические явления.

Опыт показывает, что сила — векторная физическая величина, т. е. на нее распространяются математические правила действий с векторами. В частности, под действием нескольких сил (даже разной физической природы) движение происходит так же, как под действием одной силы (*равнодействующей силы*), равной векторной сумме всех отдельных сил.

Одна и та же сила разным телам сообщает различные ускорения. Чем меньше ускорение, тем больше *инертность* тела. Физическая величина, количественно характеризующая свойство инертности тела, называется *инертной массой* или (чаще) просто массой.

Инертная масса дает количественную характеристику инертных свойств тела, т. е. способности данного тела приобретать ускорение под действием любой приложенной силы, независимо от ее физической природы. В этой независимости проявляется открытый характер классической динамики — в теории уже заготовлено место, куда можно ввести нечто новое. Второй закон утверждает, что ускорение тела пропорционально приложенной силе любой физической природы.

Измерение массы может основываться на сравнении ускорений, сообщаемых данному телу и эталонному телу одной и той же силой: отношение масс равно обратному отношению модулей ускорений. Такое динамическое измерение масс атомов и молекул производится в масс-спектрометрах, принцип действия которых основан на отклонении пучков ионов электрическими и магнитными полями. В этих измерениях используется *атомная единица массы* (а. е. м.), равная 1/12 части

массы ядра углерода-12:

$$1 \text{ а. е. м.} = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Массы макроскопических тел на практике измеряют *взвешиванием*, т. е. сравнением действующей на тело силы тяготения с силой тяготения, действующей в том же гравитационном поле на эталон (гирю). Измерение массы взвешиванием основано на законе пропорциональности инертной и гравитационной масс. Подробнее об этом см. в комментариях к теме «Инерция и тяготение».

Как показывает опыт, масса представляет собой аддитивную скалярную величину, не зависящую от положения тела и его скорости (при условии, что скорость тела много меньше скорости света).

Отношение массы m тела к его объему V называется *плотностью*:

$$\rho = m/V.$$

Третий закон Ньютона и взаимодействие тел

Третий закон Ньютона утверждает, что любая сила как количественная мера действия одного тела на другое всегда характеризует взаимодействие между телами — два взаимодействующих тела выступают как равноправные партнеры независимо от физической природы взаимодействия. Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (2)$$

В частности, третьему закону Ньютона удовлетворяют силы гравитационного воздействия (закон всемирного тяготения) и силы электростатического взаимодействия (закон Кулона). Силы взаимодействия материальных точек имеют *центральный характер*, т. е. направлены вдоль соединяющей их прямой. Третий закон Ньютона предполагает мгновенное распространение взаимодействий (так называемая концепция дальнего действия), поэтому для находящихся на расстоянии друг от друга движущихся взаимодействующих тел он справедлив лишь при движениях, достаточно медленных по сравнению со скоростью света.

Отметим, что приведенная выше логическая схема законов динамики не является единственно возможной. Дело в том, что такие важные понятия динамики, как сила и масса, невозможно ввести независимо от самих законов динамики, т. е. вне ее рамок. Поэтому возникает некоторый произвол в том, какие положения этих законов рассматривать в качестве определений соответствующих величин, а какие считать утверждениями, проверяемыми на опыте. Например, процедуру измерения массы тела можно вводить по определению на основе третьего закона Ньютона: за отношение масс можно принять обратное отношение модулей ускорений двух тел при их взаимодействии друг с другом:

$$m_1/m_2 = a_2/a_1.$$

При таком измерении массы тела не используется понятие действующей на него силы. Теперь утверждение второго закона Ньютона об обратной пропорциональности ускорения тела его массе становится проверяемым на опыте положением, а не определением массы. Но физическое содержание третьего закона при этом сводится к иному утверждению: отношение модулей ускорений двух взаимодействующих тел будет всегда одним и тем же независимо от характера их взаимодействия, а векторы ускорений направлены в противоположные стороны.

Еще одна непротиворечивая логическая схема возникает, когда способ измерения сил основывается не на их свойстве вызывать упругую деформацию, а на пропорциональности ускорения вызывающей его силе.

Совокупность законов Ньютона еще не представляет собой физической теории, а дает лишь логическую схему решения любой задачи о движении. Физическая теория получается при добавлении к законам Ньютона закона сил (закона взаимодействия), описывающего круг рассматриваемых явлений. По самой своей сути ньютоновская механика, будучи открытой теорией, требует внесения закона сил извне. В частности, при добавлении к законам Ньютона закона всемирного тяготения мы получаем физический фундамент небесной механики — количественной (математической) теории движений небесных тел. Именно наблюдательная астрономия и небесная механика дают наиболее впечатляющее опытное подтверждение законам классической динамики и ньютоновской теории тяготения.

В другой часто применяемой форме основного закона динамики (второго закона Ньютона) используется понятие импульса. В классической механике *импульс* материальной точки — это произведение ее массы на скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Поскольку $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, то второй закон Ньютона можно записать в виде

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i. \quad (3)$$

Отметим, что в такой форме второй закон Ньютона справедлив и в релятивистской динамике, т. е. при движении тел со скоростями, близкими к предельной скорости c (скорости света).

Прямая и обратная задачи динамики

В динамике различают два вида задач, решаемых с помощью второго закона Ньютона. Задачи первого вида заключаются в определении сил по известному движению тела (прямая задача динамики). Классический пример прямой задачи динамики — установление характера зависимости силы тяготения от расстояния на основе известных из астрономических наблюдений законов движения планет. В частности, третий закон Кеплера утверждает, что для круговых орбит квадраты периодов обращения пропорциональны кубам радиусов орбит: $T^2 \sim r^3$. Поскольку при равномерном движении по окружности $v = 2\pi r/T$, а ускорение \vec{a} направлено к центру

и равно по модулю v^2/r , то действующая на планету сила, согласно второму закону Ньютона, равна

$$F = ma = m \frac{v^2}{r} = m \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r}. \quad (4)$$

Учитывая третий закон Кеплера $T^2 \sim r^3$, получаем $F \sim m/r^2$ — сила тяготения обратно пропорциональна квадрату расстояния от планеты до Солнца и прямо пропорциональна массе m планеты. Так как роль планеты и Солнца в их гравитационном взаимодействии одинакова, то сила тяготения должна быть пропорциональна и массе M Солнца:

$$F = G \frac{mM}{r^2}.$$

Значение гравитационной постоянной G в законе всемирного тяготения нельзя получить из астрономических наблюдений — для этого требуется лабораторный эксперимент по прямому измерению сил гравитационного взаимодействия между телами известных масс (опыт Кэвендиша).

Задачи второго вида состоят в определении характера движения, если известны действующие на него силы и начальное *механическое состояние* (обратная задача динамики). Механическое состояние тела (материальной точки) в некоторый момент определяется положением и скоростью тела в этот момент времени.

Простейший пример обратной задачи динамики — расчет движения материальной точки в однородном постоянном (не зависящем от времени) поле. В частности, для движения материальной точки в поле тяготения вблизи поверхности Земли без учета сопротивления воздуха второй закон Ньютона приводится к виду

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}.$$

В результате интегрирования этого уравнения с начальными условиями

$$\vec{v}(0) = \vec{v}_0, \quad \vec{r}(0) = \vec{r}_0$$

получаем следующие зависимости скорости и положения от времени:

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \vec{g}t, \\ \vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Траектория материальной точки лежит в плоскости, задаваемой векторами \vec{v}_0 и \vec{g} . Вводя в этой плоскости оси координат x, y , из (5) получаем проекции скорости и координаты точки как функции времени:

$$v_x(t) = v_0 \cos \alpha, \quad v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt, \quad (6)$$

$$x(t) = (v_0 \cos \alpha)t, \quad y(t) = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}, \quad (7)$$

где α — угол, образуемый начальной скоростью с осью x . Исключая время t из этих уравнений, получаем уравнение траектории:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha). \quad (8)$$

Полученное уравнение описывает семейство параболических траекторий, зависящее от двух параметров: α и v_0 . Решение многих задач о свободном падении тел без учета сопротивления воздуха сводится к исследованию этого уравнения.

В более сложных случаях (например, в задачах небесной механики о движении небесных тел под действием сил взаимного тяготения) решение обратной задачи динамики приводится к интегрированию систем дифференциальных уравнений.

В динамике встречаются также задачи, которые нельзя отнести ни к одному из указанных видов: некоторые силы заданы, а другие — как правило, силы реакции связей — сами подлежат определению. Для решения таких задач, кроме второго закона Ньютона, необходимо учитывать ограничения, налагаемые связями на рассматриваемое движение. В задачах о движении тел при наложенных связях часть сил, действующих на тело, известна, в то время как другие силы (силы реакции) заранее не известны. В таких задачах обычно переходят к так называемым обобщенным координатам, введение которых позволяет автоматически учитывать наложенные на движение связи. Дифференциальные уравнения, записанные в обобщенных координатах, не содержат неизвестных сил реакции. После того, как интегрированием этих уравнений найдено движение системы, можно по известному движению определить силы реакции. Таким образом, при наличии связей сочетаются обратная и прямая задачи динамики.