

# Задачи-минимум по физике (1 семестр)

Тема 1. Системы отсчета. Кинематика материальной точки .....	1
Тема 2. Статика. Динамика точки. Законы сохранения.....	2
Тема 3. Частная теория относительности.....	4
Тема 4. Движение в центральном поле тяготения.....	4
Тема 5. Вращающиеся системы отсчета .....	5
Тема 6. Динамика абсолютно твердого тела.....	5
Тема 7. Колебания и волны .....	6

## Тема 1. Системы отсчета. Кинематика материальной точки

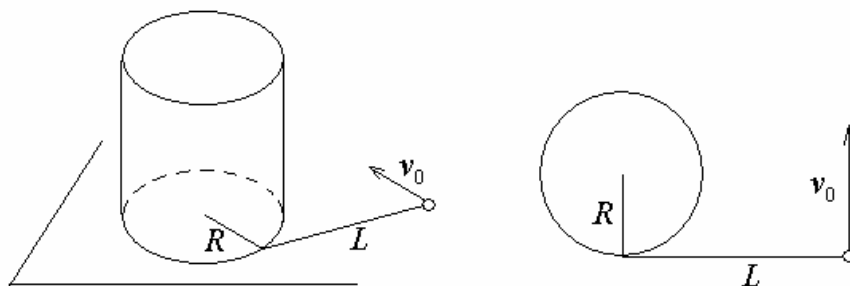
1. *Средняя скорость на всем пути.* Первую половину пути автомобиль прошел со средней скоростью 40 км/ч, вторую – со средней скоростью 60 км/ч. Чему равна средняя скорость за весь путь?
2. *Средняя скорость за полное время движения.* В течение первого часа движения средняя скорость автомобиля составила скоростью 40 км/ч, в течение второго часа – 60 км/ч. Чему равна средняя скорость за все время движения?
3. *Путешествие на плоту.* Теплоход преодолевает расстояние между городами  $A$  и  $B$  вниз по течению реки за время  $t = 5$  суток, вверх по течению – за  $t = 7$  суток. Сколько времени займет путешествие из  $A$  в  $B$  на плоту?
4. *Помощь попавшим в беду.* Течение реки уносит оторвавшуюся льдину с находящимися на ней рыбаками. Спасатель на катере стартует от берега в тот момент, когда льдина находится на середине реки шириной  $L$  на расстоянии  $S$  выше по течению. Какой курс должен держать катер (как нужно направлять нос катера) для того, чтобы достичь льдины за минимальное время? Сколько времени потребуется для достижения льдины? Скорость катера относительно воды равна  $v$ . Скорость течения  $v_{\text{теч}}$  одинакова по всей ширине реки.
5. *Переправа через реку.* Скорость течения  $v_{\text{теч}}$  одинакова по всей ширине и длине реки с прямыми берегами. Скорость лодки относительно воды  $v$  меньше скорости течения:  $v < v_{\text{теч}}$ . Как следует направить нос лодки при переправе, чтобы лодку снесло течением на минимальное расстояние? Как при этом будет направлен нос лодки по отношению к ее траектории?
6. *Переправа через реку, скорость течения которой возрастает от берегов к середине.* Допустим, что скорость течения возрастает от нуля до  $v_{\text{теч}}$  при перемещении от берега к середине реки. По какой траектории будет перемещаться лодка при переправе, если нос все время направлять перпендикулярно берегам реки? На какое расстояние снесет лодку течением? Скорость лодки относительно воды равна  $v$ . Ширина реки  $L$ . Рассмотрите два случая: а) Скорость течения линейно возрастает от нуля до максимального значения  $v_{\text{теч}}$  при перемещении от берега к середине реки; б) скорость течения возрастает от нуля до  $v_{\text{теч}}$  по квадратичному закону при перемещении от берега к середине реки (параболический профиль скорости течения).
7. *Весенняя капель.* С крыши отрываются капли с интервалом  $\tau = 1$  с. Каким будет расстояние между каплями через промежуток времени  $t = 2$  с после отрыва первой капли? Какой будет в этот момент скорость первой капли относительно второй? При каком условии полученный Вами ответ имеет физический смысл?

8. *Путешествие автостопом.* Человек находится в поле на расстоянии  $L$  от прямолинейного участка шоссе. Слева от себя он замечает движущийся по шоссе автомобиль. В каком направлении следует бежать к шоссе, чтобы оказаться там впереди автомобиля на как можно большем расстоянии? Скорость автомобиля  $V$ , скорость человека  $v < V$ . При каких условиях человек сможет опередить автомобиль?
9. *Подтягивание лодки к берегу.* Лодку подтягивают к берегу с помощью троса, который наматывается на барабан лебедки, установленной на высоком берегу. Наматываемый трос выбирается с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с. С какой скоростью движется лодка в тот момент, когда трос образует угол  $\alpha = 60^\circ$  с горизонтом?
10. *Максимальная высота подъема.* На какую максимальную высоту над поверхностью Земли поднимется тело, если на поверхности сообщить ему вертикальную начальную скорость  $v_0 = 7.9$  м/с? (\*\*). Ответьте на тот же вопрос при  $v_0 = 7.9$  км/с.
11. *Минимальная начальная скорость.* Орудие должно поразить цель, расположенную относительно начальной точки на расстоянии  $L$  (по горизонтали) и на высоте  $h$ . При какой минимальной начальной скорости снаряда это возможно?
12. *Граница достижимых целей.* (\*) Найдите границу, за пределами которой в пространстве находятся цели, которые невозможно поразить из орудия, сообщаемого снаряду начальную скорость  $v_0$ . Получите уравнение этой границы (т.е. огибающей семейства траекторий снарядов), приняв за начало координат точку, в которой находится орудие.
13. *Грязь от колес.* На какую максимальную высоту  $h$  поднимаются капли воды, срывающиеся с обода мокрого велосипедного колеса радиуса  $R$  (без крыльев) при скорости велосипеда  $v$ ?
14. *Максимальная дальность полета мяча.* На какое максимальное расстояние можно бросить теннисный мяч в спортивном зале высотой  $h$ ? Начальная скорость мяча  $v_0$ . Высота начальной точки много меньше  $h$ .
15. *Минимальная начальная скорость.* При какой минимальной начальной скорости можно перебросить с поверхности земли камень через прямоугольное здание, высота которого  $h$ , а длина (толщина) –  $L$ ?

## **Тема 2. Статика. Динамика точки. Законы сохранения**

16. *Равновесие в чашке.* Тонкий гладкий карандаш длины  $L$  помещен в чашку с полусферической гладкой внутренней поверхностью радиуса  $R$ . Какой угол с горизонтом образует карандаш в положении равновесия?
17. *Санки на горе.* Под каким углом  $\alpha$  нужно тянуть за веревку, чтобы передвигать санки по горизонтальной поверхности с минимальным усилием? Под каким углом  $\alpha$  к склону горы (угол наклона горы  $\beta$ ) должна быть направлена веревка, чтобы тащить санки в гору с наименьшим усилием? Коэффициент трения равен  $\mu$ .
18. *Движение катера с выключенным двигателем.* Когда катер набирает скорость  $v_0$ , двигатель выключают. Как будет убывать со временем скорость катера при дальнейшем движении, если сопротивление воды можно считать пропорциональным скорости катера? Как скорость катера зависит от пройденного им расстояния? Как долго будет продолжаться движение? Какое расстояние пройдет катер до полной остановки? Ответьте на те же вопросы в предположении, что сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости. Почему в последнем случае получается физически бессмысленный результат (бесконечно большое расстояние до полной остановки)?

19. *Реактивное движение.* Одноступенчатая ракета со стартовой массой  $m_0$  поднимается вертикально вверх в поле тяжести Земли. Скорость газовой струи относительно ракеты равна  $u$ . Секундный расход массы  $\mu = -dm/dt$  постоянен. Найдите зависимость скорости ракеты от времени  $v(t)$ , пренебрегая сопротивлением воздуха и изменением ускорения свободного падения с высотой.
20. *Коническая воронка.* На внутренней поверхности конической воронки с вертикальной осью находится небольшое тело на расстоянии  $L$  от вершины конуса. Коэффициент трения между телом и поверхностью воронки равен  $\mu$ . Угол раствора конуса равен  $2\alpha$ . Воронка приведена во вращение вокруг своей оси. При каких значениях угловой скорости  $\omega$  тело будет неподвижно в воронке?
21. *Мгновенная ось вращения.* Колесо радиуса  $R$  катится без проскальзывания равномерно со скоростью  $v$ . Чему равны скорости и ускорения точек обода, лежащих на противоположных концах вертикального диаметра? Горизонтального диаметра?
22. *Наматывание на цилиндр.* Вертикальный круговой цилиндр радиуса  $R$  прикреплен к горизонтальной плоскости (см. рисунок, справа – вид сверху). Внизу к боковой поверхности цилиндра прикреплена нерастяжимая нить длиной  $L$ , направленная по касательной к поверхности цилиндра. На другом конце нити закреплена маленькая шайба (материальная точка). Шайбе сообщают горизонтальную скорость  $v_0$ , направленную перпендикулярно к нити, и шайба начинает скользить по плоскости. Сколько времени будет продолжаться движение шайбы (наматывание нити на цилиндр) в отсутствие трения? Сколько времени будет продолжаться движение шайбы при наличии трения шайбы о плоскость? Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен  $\mu$ .



К задаче 22.

23. *Перевороты вертикальной плоскости.* Небольшой шарик массы  $m$  подвешен на гибкой нерастяжимой нити длиной  $L$ . Шариком сообщают горизонтальную начальную скорость  $v_0$ , достаточную для того, чтобы он совершал полные перевороты (двигался по окружности в вертикальной плоскости). При какой минимальной начальной скорости  $v_{0\min}$  такое движение возможно? Какой будет сила натяжения нити в нижней точке и в точках, где нить образует с вертикалью углы  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  и  $120^\circ$  градусов?
24. *Соскальзывание с купола.* На вершине полусферического купола радиуса  $R$  лежит небольшое тело, которое может скользить по поверхности купола без трения. Телу сообщают начальную скорость  $v_0$  в горизонтальном направлении. В какой точке купола шайба оторвется от его поверхности?
25. *Связанные шарики.* Два одинаковых маленьких шарика, связанные нерастяжимой нитью длины  $L$ , лежат на гладкой горизонтальной поверхности. Одному из шариков сообщают скорость  $v_0$ , направленную вертикально вверх. Какой должна быть

начальная скорость  $v_0$ , чтобы нить при движении шариков все время оставалась натянутой, а нижний шарик не отрывался от поверхности?

26. *Шарики на длинной нити.* На очень длинной нити подвешен шарик массы  $m_1$ , к которому на нити длиной  $L$  подвешен шарик массы  $m_2$ . Какую начальную скорость  $v_0$  нужно сообщить нижнему шарiku в горизонтальном направлении для того, чтобы нижняя (соединяющая шарики) нить отклонилась до горизонтального положения?

### Тема 3. Частная теория относительности

27. *Относительность промежутков времени и расстояний.* В верхних слоях атмосферы из космических лучей рождается  $\mu$ -мезон, движущийся со скоростью  $v = 0.990 c$ . До распада он успевает пролететь расстояние  $l = 5.00$  км. Чему равно время жизни  $\mu$ -мезона в нашей (лабораторной) системе отсчета и в системе отсчета, где мезон покоится? Чему равна толщина слоя атмосферы, пройденного  $\mu$ -мезоном, в системе отсчета, связанной с самим мезоном?
28. *Продольный эффект Доплера.* Из начала координат системы  $K$  вдоль оси  $x$  посылают короткие световые сигналы через одинаковые промежутки времени  $\tau_0$  (по часам системы  $K$ ). Найти промежуток времени  $T$  между двумя последовательными сигналами, регистрируемыми приемником, находящимся в начале координат системы  $K'$ , движущейся относительно  $K$  со скоростью  $v$  вдоль оси  $x$ . Рассмотреть случаи сближения и удаления приемника и источника. Перейдя от промежутков времени к частотам, получить релятивистские формулы для эффекта Доплера.
29. *Скорость сближения и относительная скорость.* Для наблюдателя в системе отсчета  $K$  две частицы движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями, равными  $\frac{3}{4} c$ . С какой скоростью сближаются частицы? Чему равна относительная скорость этих частиц?
30. *Аберрация света.* Допустим, что в инерциальной системе отсчета  $K$  луч света в вакууме распространяется вдоль оси  $y$ . Найдите угол, который образует этот луч с осью  $y'$  для наблюдателя в системе отсчета  $K'$ , движущейся относительно  $K$  с постоянной скоростью  $v$  вдоль оси  $x$  (угол аберрации).
31. *Равноускоренное движение.* Используя релятивистские уравнения движения, найдите зависимость скорости от времени для первоначально покоившейся заряженной частицы, ускоряемой однородным электрическим полем. Как зависит от времени расстояние, пройденное частицей?

### Тема 4. Движение в центральном поле тяготения

32. *Комета Галлея.* В 1986 году наблюдалось седьмое появление кометы Галлея, считая с 1456 года. Во время ее прохождения через перигелий в 1910 году было измерено расстояние между кометой и Солнцем, оказавшееся равным  $0.60$  астрономических единиц (а.е.). На какое максимальное расстояние (в астрономических единицах) удаляется комета от Солнца? Чему равно отношение ее скоростей в перигелии и афелии?
33. *Возвращение с орбиты.* Орбитальная станция движется вокруг Земли по низкой круговой орбите ( $h \ll R$ , где  $h$  – высота орбиты станции над поверхностью Земли,  $R$  – радиус Земли). Какой дополнительный импульс скорости  $\Delta v$  (и в каком направлении) должен быть сообщен отстыковавшемуся от станции транспортному кораблю, чтобы обеспечить переход с круговой орбиты на траекторию приземления, оптимальную с точки зрения затрат ракетного топлива? Ответ выразите в единицах скорости орбитальной станции (круговой скорости  $v_{кр}$ ). В какой точке орбиты нуж-

но сообщить эту дополнительную скорость, чтобы аппарат совершил посадку в заданном месте? Получите также приближенное выражение для  $\Delta v$ , справедливое вплоть до квадратичных членов по малому параметру  $h/R \ll 1$ .

34. *Скорость освобождения.* Минимальная скорость, которую нужно сообщить телу вблизи поверхности Земли (за пределами атмосферы) для того, чтобы оно навсегда покинуло Землю (скорость освобождения, или вторая космическая скорость), составляет 11.2 км/с. С какой скоростью будет двигаться межпланетный космический корабль на очень большом расстоянии от Земли, если вблизи Земли ракетный двигатель разогнал его до скорости 12.2 км/с?
35. *Торможение спутника в атмосфере.* Обращающийся по низкой круговой орбите спутник непрерывно испытывает действие очень малой силы сопротивления разреженных верхних слоев атмосферы. После большого числа витков радиус орбиты уменьшился на 0.2%. На сколько процентов изменилась за это время скорость спутника? На сколько процентов изменился период его обращения? Каждый отдельный виток траектории спутника можно с высокой точностью считать круговым. (\*) Почему при учете силы торможения, направленной противоположно скорости, получается увеличение скорости спутника?

### Тема 5. Вращающиеся системы отсчета

36. *Отклонение отвеса.* На какой угол отклоняется отвес от направления на центр Земли из-за суточного вращения Земли? На какой широте это отклонение максимально? Рассчитайте величину отклонения отвеса для географической широты 60 градусов.
37. *Отклонение свободно падающего тела.* Вращение Земли приводит к отклонению свободно падающих тел от вертикали (от направления отвеса). Методом последовательных приближений найдите величину и направление отклонения тела, падающего с высоты  $h = 100$  м без начальной скорости для точки земной поверхности, расположенной на географической широте 60 градусов. (\*) Рассчитайте также отклонение точки падения от начальной точки для тела, запущенного строго вертикально вверх с начальной скоростью, обеспечивающей подъем тела до такой же высоты  $h = 100$  м.

### Тема 6. Динамика абсолютно твердого тела

38. *Поворот вокруг неподвижной оси.* Однородный стержень массы  $m$  и длины  $l$  может свободно (без трения) поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. Стержень приводят в перевернутое вертикальное положение (в неустойчивое положение равновесия) и отпускают, так что он начинает двигаться к устойчивому положению равновесия без начальной скорости. Рассчитайте вертикальную и горизонтальную составляющие силы, с которой вращающийся стержень действует на ось в тот момент, когда он образует заданный угол  $\alpha$  с начальным положением. В какой точке горизонтальная сила меняет направление на противоположное? Рассмотрите также частные случаи  $\alpha = 0, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ .
39. *Падающий стержень.* Однородный тонкий стержень прислонен к гладкой стене и опирается своим нижним концом на гладкий горизонтальный пол. В некоторый момент стержень начинает падать без начальной скорости так, что его нижний конец упирается в угол между стеной и полом. Какой угол со стеной образует стержень в тот момент, когда его нижний конец отделяется от стены?
40. *Качение с проскальзыванием.* Однородный сплошной цилиндр массы  $m$  и радиуса  $R$  раскрутили вокруг горизонтальной оси до угловой скорости  $\omega_0$  и затем аккуратно

- опустили на горизонтальную шероховатую поверхность. Коэффициент трения между цилиндром и поверхностью равен  $\mu$ . Как будут меняться со временем угловая скорость цилиндра и скорость его оси? В какой момент прекратится проскальзывание? Постройте графики зависимости от времени угловой скорости цилиндра и скорости его оси. Какая часть первоначальной кинетической энергии цилиндра превратится в теплоту?
41. *Столб на гладкой поверхности.* Столб высотой  $l$  стоит вертикально на горизонтальной ледяной (идеально гладкой) поверхности. По какой траектории будет двигаться его вершина, если он начнет падать без начальной скорости? Какими будут величина и направление скорости вершины столба в момент его падения на горизонтальную поверхность?
42. *Диск Максвелла.* Демонстрационный прибор, называемый диском Максвелла, представляет собой массивный диск, насаженный на тонкий валик, радиус которого  $r$ . Масса диска (вместе с валиком) равна  $m$ , момент инерции равен  $I$ . К валику по обе стороны диска прикреплены две длинные нити (одинаковой длины), на которых прибор подвешен к штативу. Наматывая нити на валик, поднимают центр диска на высоту  $h$  относительно нижнего положения ( $h \gg r$ ), и отпускают, так что нити начинают разматываться, а диск опускается без начальной скорости. Найдите ускорения, с которыми диск сначала опускается, а затем поднимается. Чему равны при этом силы натяжения нитей? При изменении направления движения диска (в нижнем положении) нити испытывают рывок. Рассчитайте среднюю силу натяжения нитей во время рывка.
43. *Бильярдный шар.* На какой высоте от центра бильярдного шара нужно наносить горизонтальный удар кием для того, чтобы шар сразу после удара катился без проскальзывания?
44. *Скатывание цилиндра.* По наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом, скатывается без проскальзывания сплошной однородный цилиндр. С каким ускорением движется ось цилиндра? Найдите минимальное значение коэффициента трения, при котором не будет проскальзывания.
45. *Конический маятник.* (\*) Конический маятник в виде тонкого однородного стержня длины  $L$  и массы  $m$  (с шарнирно закрепленным верхним концом) приведен во вращение вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega_0$ . Какой угол  $\alpha$  образует стержень с вертикалью? Найдите вертикальную и горизонтальную составляющие силы реакции шарнира, приложенной к верхнему концу стержня.

## Тема 7. Колебания и волны

46. *Минимальный период колебаний.* Физический маятник представляет собой линейку длиной  $L$  (однородный тонкий стержень), которая может свободно поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей сквозь просверленное в линейке отверстие. На каком расстоянии от конца линейки нужно просверлить отверстие, чтобы получился маятник с минимальным периодом малых колебаний?
47. *Переворот физического маятника.* Физический маятник представляет собой тело, которое может свободно поворачиваться в поле тяжести вокруг горизонтальной оси. Угловая частота его собственных малых колебаний равна  $\omega_0$ . Маятник приводят в перевернутое вертикальное положение (положение неустойчивого равновесия) и отпускают без начального толчка. Через некоторое время маятник выходит из неустойчивого равновесия и начинает движение. С какой угловой скоростью движется маятник в момент прохождения нижней точки (положения устойчивого

- равновесия)? Ответ выразите через угловую частоту  $\omega_0$  собственных малых колебаний.
48. *Тело на вибрирующем основании.* Горизонтальная подставка с лежащим на ней телом совершает принудительное гармоническое (синусоидальное) движение в вертикальном направлении с заданной частотой  $\omega$  и постепенно увеличивающейся амплитудой. При какой амплитуде колебаний подставки тело начнет отрываться от нее?
49. *Гимнастическая трапеция.* Тонкая однородная палочка длиной  $a$  подвешена за оба конца на двух одинаковых нитях длиной  $L$ . В положении равновесия системы нити параллельны. Сколько степеней свободы имеет такая система? При каких начальных условиях будут возбуждаться нормальные колебания (моды) этой системы? Найдите все частоты малых нормальных колебаний.
50. *Вынужденные колебания маятника.* Точка подвеса математического маятника длиной  $l$  принудительно движется под действием внешней силы в горизонтальном направлении по закону  $x(t) = a \sin \omega t$  с малой амплитудой ( $a \ll l$ ). Найдите амплитуду и фазу установившихся вынужденных колебаний такого маятника в отсутствие трения, когда частота  $\omega$  не совпадает с собственной частотой  $\omega_0$  (при  $\omega < \omega_0$  и при  $\omega > \omega_0$ ).