

# Лабораторная работа № 1

## **Собственные колебания линейного осциллятора**

Методические рекомендации

### **Цели работы:**

- Изучить закономерности собственных колебаний линейного механического осциллятора в отсутствие трения.
- Исследовать превращения энергии при собственных колебаниях осциллятора.
- Познакомиться с фазовой диаграммой как удобным средством графического представления процесса колебаний.
- Изучить закономерности затухания колебаний при вязком трении.
- Познакомиться с интерфейсом моделирующих программ пакета «Физика колебаний» на примере простейшей физической системы.

### **При подготовке к лабораторной работе следует:**

1. Повторить соответствующий теоретический материал (тема 1, см. ниже), пользуясь конспектом лекций и рекомендованным Вам учебником физики.
2. Изучить Главу 1 «Собственные колебания линейного осциллятора» учебного пособия «Основы физики колебаний». Рекомендуется проделать на черновике вывод всех формул, особенно тех, что в пособии приведены без вывода.
3. Подготовить письменно краткие ответы на предлагаемые Вам «Вопросы для самоконтроля» (см. ниже).
4. Решить некоторые теоретические задачи из учебного пособия «Основы физики колебаний» (по индивидуальному заданию преподавателя).
5. Прочитать пособие по интерфейсу «Как работать с программами».
6. Познакомиться с «Требованиями к оформлению отчета» о выполненной работе.

### **Теоретический материал (тема 1)**

Собственные колебания в линейных системах. Устойчивое положение равновесия. Модели линейных колебательных систем — механический пружинный осциллятор и электромагнитный контур. Дифференциальное уравнение линейного осциллятора. Параметры осциллятора (собственная частота, коэффициент затухания, добротность). Общее решение уравнения свободных колебаний. Закономерность убывания амплитуды. Время затухания. Добротность. Амплитуда и начальная фаза и их определение из начальных условий. Критическое затухание. Аперiodический (неколебательный) режим. Фазовое пространство линейного осциллятора. Фазовые траектории консервативной и диссипативной систем. Энергетические превращения при собственных колебаниях. Потенциальная яма и фазовые траектории.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Приведите несколько примеров физических систем, к которым применима модель линейного осциллятора. Опишите физическую систему (торсионный пружинный осциллятор), которая моделируется в лабораторной работе. Какими физическими параметрами характеризуется пружинный осциллятор?
2. Какие параметры характеризуют математическую модель осциллятора, используемую в лабораторной работе? Почему модель характеризуется меньшим числом параметров, чем моделируемая фи-

- зическая система? Какими соотношениями параметры модели выражаются через параметры физической системы?
3. В каком случае состояние равновесия физической системы называется устойчивым? При каких условиях колебания системы около устойчивого равновесия называют собственными? Как можно возбудить собственные колебания?
  4. При каких идеализациях свойств системы ее собственные колебания около устойчивого равновесия будут незатухающими? Как называются такие идеализированные системы?
  5. Какой должна быть зависимость возвращающей силы от величины отклонения из равновесия, чтобы в отсутствие трения собственные колебания системы были гармоническими (синусоидальными)? Как потенциальная энергия в такой системе зависит от величины отклонения из равновесия?
  6. Приведите вывод дифференциального уравнения гармонического осциллятора (в отсутствие трения) на примере таких систем, как груз на пружине и торсионный осциллятор, моделируемый в лабораторной работе. Как собственная частота линейного осциллятора выражается через физические параметры системы?
  7. Как можно записать общее решение дифференциального уравнения гармонического осциллятора? Как найти значения произвольных постоянных в общем решении, если заданы начальные условия? Как амплитуда колебаний выражается через начальные условия?
  8. Как период колебаний связан с собственной частотой? Зависят ли период, частота и амплитуда собственных колебаний от способа возбуждения колебаний (от начальных условий)? В чем заключается свойство изохронности линейного осциллятора?
  9. Что такое фазовая траектория? Что за кривая соответствует фазовой траектории собственных колебаний линейного осциллятора? Как выглядит «фазовый портрет» (т.е. семейство фазовых траекторий, соответствующих разным значениям полной энергии) консервативного осциллятора?
  10. В каком направлении движется вдоль фазовой траектории изображающая точка? Почему фазовая траектория собственных колебаний консервативного осциллятора представляет собой замкнутую кривую? В течение какого промежутка времени изображающая точка обходит фазовую траекторию?
  11. Может ли одна и та же замкнутая фазовая траектория соответствовать колебаниям консервативного осциллятора, возбуждаемым при разных начальных условиях?
  12. Какие превращения энергии происходят на протяжении одного цикла колебаний? С каким периодом и в каких пределах происходят колебания кинетической и потенциальной энергий консервативного осциллятора? Как энергия колебаний связана с амплитудой? Как изменится энергия колебаний, если амплитуду увеличить вдвое?
  13. Как зависит от времени амплитуда собственных колебаний, затухающих под действием слабого вязкого трения? С математической точки зрения, какой вид последовательности образуют максимальные отклонения при затухающих колебаниях?
  14. Какая величина называется логарифмическим декрементом затухания? Как добротность осциллятора связана с логарифмическим декрементом и с постоянной затухания?
  15. Опишите фазовую траекторию затухающих колебаний. По какому закону убывают размеры ее витков? Изменяется ли время обхода одного витка в процессе колебаний? От каких параметров осциллятора зависит это время?
  16. Как убывает со временем энергия осциллятора при затухающих колебаниях? Как уменьшение энергии за период выражается через запас энергии и добротность осциллятора?
  17. Объясните, почему рассеяние механической энергии на протяжении периода колебаний происходит неравномерно. В какие моменты времени скорость рассеяния энергии наибольшая и в какие – наименьшая?
  18. В каком случае затухание колебаний называется критическим? Как ведет себя после возбуждения осциллятор с критическим затуханием? Какими параметрами определяется время прихода возбужденного осциллятора в состояние покоя?
  19. Может ли осциллятор с критическим (и сверхкритическим) затуханием пересечь положение равновесия после начального возбуждения?
  20. Объясните, с какой целью в подвижную систему стрелочных измерительных приборов (как и в подвеску кузова автомобиля) преднамеренно вводят вязкое трение. Почему в таких случаях оптимальная величина трения соответствует критическому затуханию системы?
  21. Какие элементы колебательного контура из последовательно соединенных конденсатора, катушки индуктивности и резистора аналогичны массивному ротору и упругой пружине механического осциллятора? Что является аналогом резистора в механическом осцилляторе?
  22. Какие виды энергии в колебательном контуре аналогичны кинетической энергии ротора и упругой энергии пружины механического осциллятора?

## Задания и порядок выполнения лабораторной работы

1. Начните работу с раздела «Основы теории», в котором приведены краткие сведения об изучаемой физической системе и о соответствующей математической модели.
  - Просмотрите последовательно все страницы этого раздела, запуская каждый раз (кнопкой «Пуск») моделирование соответствующих движений осциллятора.
  - Особое внимание обратите на страницу, где обсуждается колебательный контур – электромагнитный аналог механического осциллятора.
2. Изучите колебания осциллятора в отсутствие трения.
  - Выберите раздел «Графики колебаний» и откройте панель ввода параметров (либо нажатием кнопки «Ввод», либо выбрав пункт меню «Ввод данных») и снимите «галочку» в боксе «Вязкое трение». Введите некоторое начальное отклонение (скажем, 90 или 120 градусов) и нулевую начальную скорость. Закройте панель ввода, нажав кнопку «Ок».
  - Начните моделирование, нажав кнопку «Пуск». Регулятором «Моделирование» установите временной масштаб, удобный для наблюдения. Обратите внимание на вид графиков угла отклонения и угловой скорости при выбранных начальных условиях. Какой математической функции соответствует каждый из графиков? Несколько раз приостановите моделирование кнопкой «Пауза» в разных фазах колебаний и сопоставьте наблюдаемое отклонение ротора с соответствующей точкой графика угла отклонения. Зарисуйте графики, обращая особое внимание на соотношение фаз колебаний угла отклонения и угловой скорости.
  - Перейдите в раздел «Фазовая траектория». Обратите внимание на взаимное расположение окна фазовой траектории (в левом верхнем углу экрана) и осей на графиках зависимости от времени угла отклонения и угловой скорости. Выбранное расположение удобно для сопоставления движения изображающей точки по фазовой траектории с соответствующими точками на графиках временной зависимости переменных. Приостанавливая моделирование, проследите за одновременными положениями ротора на изображении и точек на всех графиках. Сопоставьте форму графиков и фазовой траектории колебаний в отсутствие трения.
  - Перейдите в раздел «Превращения энергии». При моделировании колебаний обратите внимание на форму графиков потенциальной и кинетической энергий. Сопоставьте период колебаний угла отклонения с периодом колебаний потенциальной и кинетической энергий.
3. Изучите затухающие колебания осциллятора при вязком трении.
  - На панели ввода параметров поставьте «галочку» в боксе «Вязкое трение» и введите некоторое значение добротности (5 – 20). Перейдите в раздел «Физическая система». Выполняя моделирование колебаний, занесите в таблицу серию значений последовательных максимальных отклонений ротора в одну сторону. Убедитесь в том, что эта последовательность представляет собой убывающую геометрическую прогрессию. Это можно сделать, вычисляя отношения последовательных отклонений – в случае геометрической прогрессии это отношение должно быть одним и тем же для любой пары последовательных членов. Сравните результат Ваших измерений с теоретическим значением этого отношения, рассчитанным для введенной Вами добротности.
  - Перейдите в раздел «Фазовая траектория». При моделировании обратите внимание на форму графиков и фазовой траектории затухающих колебаний. Убедитесь, что по мере экспоненциального убывания амплитуды витки фазовой траектории становятся гуще, но условный период колебаний (т.е. промежуток времени между последовательными пересечениями оси абсцисс графиками) остается неизменным.
  - Перейдите в раздел «Превращения энергии». Обратите внимание на характер графиков кинетической, потенциальной и полной энергии для затухающих колебаний – если за некоторое число циклов амплитуда уменьшается вдвое, то энергия за то же время уменьшается в четыре раза (убедитесь в этом).
  - Сопоставьте поведение изображающей точки на фазовой плоскости с графиком зависимости полной энергии от угла отклонения – точка в потенциальной яме перемещается от одного берега к другому, достигая берегов ямы в точках поворота и постепенно опускаясь на ее дно.
  - По поведению графика зависимости полной энергии от времени сделайте вывод о скорости рассеяния механической энергии на протяжении периода колебаний.
4. Промоделируйте движение осциллятора с критическим затуханием.
  - Введите значение добротности, соответствующее критическому затуханию. Задайте начальные условия, соответствующие возбуждению осциллятора начальным толчком из положения равновесия.
  - Откройте раздел «Фазовая траектория». Сравните наблюдаемую в этом случае фазовую траекторию и графики угла отклонения с соответствующими кривыми для случая слабого затухания. Оцените время, в течение которого осциллятор возвращается в положение равновесия при критическом затухании.

5. Проверьте в моделирующем эксперименте Ваши теоретические решения тех задач из учебного пособия, которые были Вам предложены преподавателем в качестве индивидуального задания.
  - Введите необходимые значения параметров и выполните соответствующие эксперименты. Зарисуйте (или распечатайте на принтере) графики и фазовые диаграммы для включения в отчет.
  - Сопоставьте результаты экспериментов с Вашими теоретическими предсказаниями. Если обнаруживаются расхождения результатов расчета с экспериментом, обязательно попытайтесь установить причину расхождений. Результаты экспериментальной проверки Ваших решений включите в отчет о лабораторной работе.

После выполнения всех заданий подготовьте отчет о проделанной лабораторной работе, руководствуясь «Требованиями к оформлению отчета».

## Требования к оформлению отчета

Отчет о проделанной лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Титульный лист с указанием названия и номера лабораторной работы, фамилии и имени студента, номера учебной группы, даты выполнения работы и даты представления отчета.
2. Цель лабораторной работы с определением изучаемого физического явления и краткое описание моделируемой физической системы и ее математической модели.
3. Теоретический раздел с кратким изложением основных характеристик изучаемого явления, его места в классификации колебаний по разным признакам, и описанием математической модели физической системы, используемой для его изучения. В этом разделе должны быть приведены все основные формулы (связь параметров физической системы и ее математической модели, дифференциальное уравнение, описывающее систему, его общее решение, частные решения для наиболее важных и интересных случаев, уравнение фазовой траектории, выражения для разных видов энергии и их средних значений и т.п.). В этом разделе следует обязательно привести вывод тех формул, которые в учебном пособии приведены без вывода.
4. Ответы на вопросы для самоконтроля, которые сформулированы в «Методических рекомендациях» к данной лабораторной работе. Рекомендуется проиллюстрировать Ваши ответы соответствующими графиками или иными результатами моделирования (для тех вопросов, где это целесообразно).
5. Теоретическое решение задач из учебного пособия, предложенных Вам преподавателем в качестве индивидуального задания, и результаты самостоятельной проверки Ваших решений с помощью моделирующего эксперимента. В этом разделе нужно привести таблицы соответствующих измерений с обработкой результатов (для заданий, где такие измерения необходимы), графики и/или фазовые траектории (зарисовав их с экрана или распечатав на принтере, если есть такая возможность).