

# Вопросы для самоконтроля

к пакету моделирующих программ «Движение космических тел»

К программе «Первый закон Кеплера» .....	1
К программе «Второй закон Кеплера» .....	2
К программе «Третий закон Кеплера» .....	2
К программе «Годограф вектора скорости» .....	3
К программе «Баллистические снаряды и спутники» .....	3
К программе «Прецессия экваториальной орбиты» .....	4
К программе «Активные орбитальные маневры» .....	4
К программе «Двойная звезда» .....	5
К программе «Планета со спутником» .....	6
К программе «Двойная звезда с планетой» .....	6
К программе «Система планет» .....	7

## ***К программе «Первый закон Кеплера»***

1. *Форма орбиты при кеплеровом движении.* Программа рассчитывает движение тела под действием центральной силы, величина которой обратно пропорциональна квадрату расстояния от силового центра. На каком основании можно утверждать, что наблюдаемая в данной моделирующей программе замкнутая орбита тела (планеты ли спутника) представляет собой именно эллипс, а не овал или какую-либо иную замкнутую кривую?

2. *Ориентация большой оси эллиптической орбиты и положение перигея и апогея.* Как ориентирована большая ось эллиптической орбиты спутника, если скорость в начальной точке (начальная скорость) направлена горизонтально, т.е. перпендикулярно радиусу-вектору? Где расположены перигей и апогей эллиптической орбиты по отношению к начальной точке (точке запуска)? Зависят ли положения перигея и апогея от величины начальной скорости? Рассмотрите случаи, в которых начальная скорость больше и меньше чем круговая скорость для данной начальной точки. При каких значениях начальной скорости силовой центр будет находиться в ближнем к начальной точке фокусе эллипса, и при каких – в дальнем?

3. *Круговая скорость.* Как можно рассчитать начальную скорость, при которой дальнейшее движение будет происходить по круговой орбите? Как величина круговой скорости зависит от радиуса орбиты? От массы центрального тела? От массы тела, обращающегося по орбите? Как нужно направить начальную скорость (по величине равную круговой скорости) чтобы тело действительно двигалось по круговой орбите?

4. *Изменения скорости при движении по эллиптической орбите.* На изображении траектории, выводимом на экран при работе данной программы, положения планеты (или спутника) зафиксированы через равные промежутки времени. Какие выводы можно сделать на основании получаемого на экране изображения о том, как изменяется скорость тела при движении по эллиптической орбите?

5. *Физический смысл полученного графика.* Какой смысл можно придать линии в правой части экрана, которая разделяет отрезки, соответствующие расстояниям до фокусов? Напомним, что отрезки проводятся через равные промежутки времени. Можно ли эту линию рассматривать как график некоторой функции, характеризующей рассматриваемое движение? Если да, то что это за функция?

## Вопросы к пакету моделирующих программ «Движение космических тел»

6. *Орбитальные движения планет и спутников.* В данной программе моделируется движение тела под действием единственной центральной силы, величина которой обратно пропорциональна квадрату расстояния от силового центра. В какой мере результаты, полученные в этой моделирующей программе, применимы к движению планет вокруг Солнца? К движению спутников вокруг Земли? Ведь на обращающийся вокруг Земли спутник действует, кроме силы тяготения Земли, еще и сила солнечного тяготения.

7. *Скорость освобождения.* При каком значении начальной скорости тела (в единицах круговой скорости для данной начальной точки) траектория будет параболической? Каким образом на основании изображения, получаемого на экране при моделировании такого движения с помощью данной программы, можно сделать заключение о том, что траектория действительно представляет собой параболу?

8. *Гиперболические траектории.* На каком свойстве гиперболы в данной моделирующей программе основано доказательство того, что при начальной скорости, превышающей скорость освобождения, траектория тела представляет собой одну из ветвей гиперболы?

9. *Скорость на большом расстоянии.* Какой вывод можно сделать из картины, наблюдаемой при моделировании гиперболического движения, о поведении скорости тела при его удалении от силового центра в бесконечность вдоль асимптоты гиперболической траектории? Напоминаем, что положения тела зафиксированы на изображении через равные промежутки времени.

10. *Оси симметрии гиперболической траектории.* Когда величина начальной скорости тела превышает скорость освобождения, траектория тела представляет собой одну из ветвей гиперболы. Как ориентированы оси симметрии гиперболы относительно вертикальной линии, проходящей через начальную точку, если начальная скорость тела направлена горизонтально? Зависит ли ориентация осей симметрии гиперболы от величины начальной скорости? Зависит ли угол между асимптотами от величины начальной скорости?

## **К программе «Второй закон Кеплера»**

1. *Секториальная скорость.* При движении по кеплеровой орбите радиус-вектор тела описывает равновеликие (равные по площади) секторы за равные промежутки времени. Иными словами, секториальная скорость постоянна. Какой вывод из неизменности секториальной скорости (т. е. из второго закона Кеплера) можно сделать относительно линейной скорости тела? В каких точках эллиптической орбиты она принимает максимальное и минимальное значение? Какой вывод из второго закона Кеплера можно сделать о поведении скорости тела на круговой орбите?

2. *Орбитальная скорость и угловая скорость.* Как изменяется угловая скорость поворота радиуса-вектора при движении спутника по эллиптической орбите? В каких точках эллиптической орбиты она принимает максимальное и минимальное значение?

3. *Скорости в перигее и апогее.* Как связано отношение орбитальных скоростей спутника в перигее и апогее эллиптической орбиты с отношением расстояний этих точек орбиты от центра Земли? Как связано отношение угловых скоростей поворота радиуса-вектора спутника в перигее и апогее эллиптической орбиты с отношением расстояний этих точек орбиты от центра Земли?

4. *Второй закон Кеплера и открытые орбиты.* Справедлив ли второй закон Кеплера для движений по открытым (параболическим и гиперболическим) орбитам?

5. *Сохранение момента импульса.* Как второй закон Кеплера связан с законом сохранения момента импульса? Справедлив ли второй закон Кеплера для движения в центральном поле с иной, нежели в законе всемирного тяготения, зависимостью силы от расстояния?

## **К программе «Третий закон Кеплера»**

1. *Круговая и эллиптическая орбиты.* В каком случае период обращения по эллиптической орбите будет таким же, как и период обращения по круговой орбите? Имеют ли общие точки такие круговая и эллиптическая орбиты, лежащие в одной плоскости?

## Вопросы к пакету моделирующих программ «Движение космических тел»

2. *Эллиптические орбиты с равными периодами обращения.* В каких случаях периоды обращения спутников по разным эллиптическим орбитам будут одинаковы? Перечислите возможные различия эллиптических орбит с одинаковыми периодами обращения.

3. *Большая ось и период обращения.* Во сколько раз нужно увеличить большую ось эллиптической орбиты, чтобы период обращения увеличился в восемь раз? Зависит ли ответ от эксцентриситета орбиты?

### **К программе «Годограф вектора скорости»**

1. *Скорости в перигее и апогее эллиптической орбиты спутника.* Какие точки кругового годографа скорости соответствуют перигею и апогею эллиптической орбиты спутника? Какие точки годографа скорости соответствуют моментам прохождения спутника через концы малой оси эллиптической орбиты?

2. *Радиус годографа скорости.* Как, зная скорости в перигее и апогее эллиптической орбиты, найти радиус кругового годографа вектора скорости? Как найти положение центра этой окружности в пространстве скоростей? На каком расстоянии от начала координат пространства скоростей находится центр годографа скорости?

3. *Скорость на конце малой полуоси.* Как найти скорость спутника в момент его прохождения через конец малой оси эллиптической орбиты, если известны значения скорости спутника в перигее и апогее орбиты?

4. *Формула центростремительного ускорения.* Каким будет годограф вектора скорости при равномерном движении точки по окружности? Как можно вывести формулу для центростремительного ускорения при равномерном движении точки по окружности, используя понятие годографа вектора скорости?

При первом знакомстве с каждой из последующих программ пакета «Движение космических тел» рекомендуется воспользоваться пунктом меню «Примеры». При использовании заранее заготовленных примеров нет необходимости вводить параметры моделируемой системы для получения нужного движения: в предлагаемом списке всегда найдется пример, который можно использовать для ответа на каждый из поставленных вопросов.

### **К программе «Баллистические снаряды и спутники»**

1. *Запуск спутника Земли из пушки.* Можно ли запустить спутник Земли выстрелом из орудия, находящегося на поверхности Земли? Орудие обладает достаточной мощностью, чтобы сообщить снаряду начальную скорость, превышающую первую космическую (т. е. круговую) скорость.

2. *Вертикальный старт.* Снаряд, начальная скорость которого направлена радиально вверх (от центра планеты), будет замедленно двигаться прямолинейно (удаляться от планеты по вертикали), достигнет некоторой максимальной высоты, и затем начнет падать обратно на планету вдоль той же прямой. На какое максимальное расстояние от центра планеты удалится снаряд, запущенный с поверхности Земли, если его начальная скорость равна круговой скорости для данной начальной точки (т. е. равна первой космической скорости)? (\*\*). Сколько времени пройдет от момента старта до того момента, когда этот снаряд упадет на Землю?

3. *Семейство спутников, запущенных с одинаковыми скоростями.* Следующие вопросы относятся к семейству орбит спутников, вылетающих из одной точки во всевозможных направлениях с равными по модулю скоростями.

1. Почему периоды обращения всех спутников, вылетающих из одной точки с равными по модулю скоростями, одинаковы независимо от направления начальной скорости?
2. У всех эллиптических орбит один фокус общий – он расположен в центре планеты. Докажите, что вторые фокусы всех эллипсов лежат на окружности, центр которой находится в начальной точке. Чему равен радиус этой окружности, если начальная точка находится на расстоянии  $r_0$  от центра планеты, а начальная скорость спутников равна  $v_0$ ?

## *Вопросы к пакету моделирующих программ «Движение космических тел»*

3. Который из этих спутников (с каким направлением начальной скорости) удалится на максимальное расстояние от центра Земли? Который из спутников удалится на максимальное расстояние от начальной точки?
4. Что можно сказать (на основании наблюдаемой в моделирующем эксперименте картины) о границе области, в пределах которой заключены траектории всех таких спутников?
5. (\*\*) Попытайтесь доказать теоретически, что огибающая такого семейства траекторий спутников представляет собой эллипс (в пространстве – эллипсоид вращения) с фокусами в центре планеты и в начальной точке.

## ***К программе «Прецессия экваториальной орбиты»***

1. *Сила тяготения несферической планеты* (планеты с осевым сжатием). Почему в случае сплюснутой вдоль оси планеты сила тяготения, действующая со стороны планеты на спутник, находящийся в экваториальной плоскости планеты, на небольших расстояниях до планеты оказывается сильнее, чем при сферически симметричном распределении масс? Что можно сказать о силе тяготения, действующей на спутник над полюсами планеты?

2. *Сила тяготения вытянутой вдоль оси планеты*. Почему в случае осевого растяжения планеты сила тяготения, действующая на спутник в экваториальной плоскости планеты, оказывается меньше, чем при сферически симметричном распределении масс? Будет ли это справедливо для силы тяготения, действующей на спутник над полюсами планеты?

3. *Направление прецессии эллиптической орбиты*. В каком направлении по отношению к направлению орбитального движения происходит прецессия экваториальной эллиптической орбиты спутника в случаях обращения вокруг сплюснутой и вокруг вытянутой планеты? Почему? Приведите физическое обоснование наблюдаемого направления прецессии экваториальной орбиты.

4. *Максимальное и минимальное расстояния спутника*. Поясните, исходя из закона сохранения энергии и второго закона Кеплера, почему максимальное и минимальное расстояния спутника от планеты не изменяются от витка к витку при прецессии его орбиты (т. е. что большая ось прецессирующего эллипса остается неизменной).

5. *Экваториальная орбита*. Опишите общий характер экваториальной орбиты спутника в поле тяготения искаженной (сплюснутой или вытянутой) планеты при движении спутника за много витков.

6. *Замкнутые орбиты*. Попробуйте подобрать (методом проб и ошибок) такие начальные условия, при которых прецессирующая в экваториальной плоскости орбита спутника через несколько витков замкнется. Возможно ли замыкание орбиты после одного оборота вокруг планеты?

## ***К программе «Активные орбитальные маневры»***

1. *Возвращение с орбиты*. Орбитальная станция движется вокруг Земли по круговой орбите. Как должен быть ориентирован ракетный двигатель отстыковавшегося от станции транспортно-космического корабля (этот двигатель при кратковременном включении может сообщить кораблю импульс дополнительной скорости), чтобы обеспечить переход корабля с первоначальной круговой орбиты на траекторию приземления, обеспечивающую безопасный вход в атмосферу (по касательной) и оптимальную с точки зрения затрат ракетного топлива? В какой точке круговой орбиты должен находиться корабль в момент включения двигателя для того, чтобы приземление произошло в заданной точке? По какой траектории будет происходить снижение корабля для земного наблюдателя и для космонавтов, наблюдающих за снижением корабля с борта орбитальной станции?

2. *Приземление с помощью вертикального дополнительного импульса*. В какой точке круговой орбиты нужно сообщить кораблю направленный вертикально вниз дополнительный импульс скорости, чтобы обеспечить безопасный вход в атмосферу (по касательной) над нужной точкой земной поверхности?

## Вопросы к пакету моделирующих программ «Движение космических тел»

3. *Необычный способ возвращения с орбиты.* Можно ли посадить движущийся по круговой орбите космический корабль, сообщая ему кратковременный дополнительный импульс скорости, направленный вертикально вверх (по радиусу от центра Земли)?

4. *Снижение по вертикали.* Какую дополнительную скорость нужно сообщить кораблю, отстыковавшемуся от движущейся по круговой орбите станции, чтобы снижение корабля происходило по отвесной вертикальной траектории? Каким увидят это снижение космонавты, находящиеся на борту станции?

5. *Относительное движение на космических орбитах.* Космонавт орбитальной станции, завершая работу в открытом космосе, бросает ставший ненужным небольшой предмет в сторону Земли (вертикально вниз). Каким увидят это движение космонавты с борта орбитальной станции?

6. *Космический зонд.* Рассмотрим «космический зонд», запускаемый с орбитальной станции, совершающей облет некоторой планеты по круговой орбите, с целью сбора научной информации и исследования околопланетного пространства. Такая автоматическая научная лаборатория должна приблизиться к планете, произвести фотографирование ее поверхности и выполнить ряд измерений, а затем доставить накопленную научную информацию обратно на орбитальную станцию. Возможна ли необходимая для этого пассивная траектория полета космического зонда? Как ее осуществить?

7. *Переход корабля в противоположную точку круговой орбиты.* Допустим, что отделившийся от орбитальной станции космический корабль требуется вывести на ту же круговую орбиту, по которой движется станция, но так, чтобы корабль и станция при движении по общей орбите находились на угловом расстоянии  $180^\circ$ , т.е. на противоположных концах отрезка, проходящего через центр Земли. Как это можно сделать (какие маневры необходимы для этого)?

8. *Межпланетные перелеты.* Будем считать, что планеты обращаются по круговым орбитам, лежащим в одной плоскости. Объясните, почему для перелетов космических кораблей между планетными орбитами оптимальны (с точки зрения экономии ракетного топлива) полуэллиптические траектории, касающиеся меньшей круговой орбиты снаружи и большей орбиты изнутри (так называемые гомановские переходы).

## К программе «Двойная звезда»

1. *Период обращения компонент по круговым орбитам.* Компоненты двойной звезды имеют одинаковые массы. Обращаясь вокруг центра масс системы, эти компоненты совершают круговые движения. Во сколько раз отличался бы период обращения компонент, если бы расстояние между ними было в 4 раза больше (при тех же массах)? Если бы массы компонент были в 4 раза больше (при том же расстоянии между ними)?

2. *Период обращения и массы звезд.* Компоненты двойной звезды имеют различные массы и совершают эллиптические движения. Допустим, что наблюдается еще одна двойная звезда, компоненты которой движутся по орбитам, идентичным с орбитами компонент первой звезды, но с вдвое меньшим (чем у первой звезды) периодом обращения. Что можно сказать относительно масс компонент второй звезды? Каково отношение этих масс к массам компонент первой двойной звезды?

3. *Массы звезд и линейные размеры орбит.* Компоненты двойной звезды имеют различные массы и движутся по эллиптическим орбитам. Допустим, что наблюдается еще одна двойная звезда, компоненты которой движутся с таким же периодом, как у первой двойной звезды, по орбитам, геометрически подобным орбитам компонент первой звезды, но линейные размеры орбит в четыре раза больше, чем у первой двойной звезды. Что можно сказать относительно масс компонент второй звезды? Каково отношение этих масс к массам компонент первой двойной звезды?

4. *Траектория относительного движения.* В основном окне программы выполняется построение эллиптических (или круговых) траекторий компонент двойной звезды в инерциальной системе отсчета, где центр масс системы неподвижен. Можно открыть дополнительное окно, в котором будет строиться траектория одной из компонент в неинерциальной системе отсчета, связанной со второй компонентой. Какой будет эта траектория относительного движения? Как она соотносится с траекториями компонент двойной звезды в инерциальной системе отсчета?

5. *Двойная звезда со стороны.* Какими будут траектории компонент двойной звезды в других системах отсчета, относительно которых центр масс системы движется?

### **К программе «Планета со спутником»**

1. *Законы Кеплера и движение спутников.* В какой мере законы Кеплера применимы к движениям спутников планет? Ведь кроме силы тяготения планеты, на спутник действует сила солнечного тяготения, которая может быть сравнима с силой тяготения планеты. Например, сила притяжения Солнцем нашего естественного спутника – Луны – превосходит силу притяжения Луны Землей. Почему же мы считаем, что Луна обращается вокруг Земли?

2. *Освобождение спутника и сохранение энергии.* Пусть начальные условия выбраны таким образом, что после нескольких оборотов вокруг планеты спутник оказывается выброшенным за пределы системы звезда – планета, т.е. удаляется от системы на бесконечно большое расстояние, преодолевая силы тяготения сначала планеты, а затем и звезды. Откуда и каким образом спутник может получить необходимую для этого энергию?

3. *Спутники с прямым и обратным обращением.* В каком случае, при прочих равных условиях, обращающийся вокруг планеты спутник будет испытывать более значительные гравитационные возмущения со стороны звезды – если обращение спутника вокруг планеты происходит в ту же сторону, что и обращение планеты вокруг звезды, или в противоположную сторону? Почему? Проверьте свой ответ в моделирующем эксперименте на компьютере.

4. *Обратимость механического движения.* В общем случае движение спутника в системе звезда – планета может быть очень сложным. Например, после нескольких оборотов спутника вокруг планеты возможна его потеря планетой: спутник начнет обращаться вокруг звезды как самостоятельная планета. Через некоторое время планета может вернуть себе утраченный спутник, затем снова его потерять. Такого рода движения представляют собой примеры так называемого динамического хаоса, когда долговременное поведение системы становится практически непредсказуемым (несмотря на механический детерминизм) из-за неустойчивости движения, проявляющейся в чрезвычайной чувствительности движения системы к малейшим изменениям параметров и/или начальных условий. Тем не менее, любое движение такой системы обратимо во времени: если в произвольный момент времени скорости всех трех тел одновременно обратить (заменить на противоположные), третье тело будет в точности следовать в обратном направлении вдоль сколь угодно сложной и запутанной траектории. С каким свойством системы связана обратимость ее движения во времени?

5. *Точные частные решения ограниченной задачи трех тел.* При каких условиях тело пренебрежимо малой массы (спутник) в системе звезда – массивная планета может совершать периодическое движение вокруг звезды с тем же периодом, что и планета? Приведите физическое объяснение возможности существования таких периодических движений малого тела под действием сил тяготения со стороны двух массивных тел.

### **К программе «Двойная звезда с планетой»**

1. *Внешние и внутренние планеты.* Объясните, почему в системе двойной звезды могут быть устойчивы движения внешних планет, орбиты которых имеют размеры, значительно превышающие размеры орбит компонент двойной звезды, и, напротив, орбиты внутренних планет, обращающихся вокруг отдельных компонент по орбитам, малым по сравнению с орбитами самих звезд. Почему невозможны устойчивые движения по орбитам, размеры которых сравнимы с размерами орбит компонент двойной звезды?

2. *Точки либрации для круговых движений в ограниченной задаче трех тел.* Компоненты двойной звезды имеют одинаковые массы и обращаются по круговым орбитам. Объясните, почему третье тело, масса которого мала по сравнению с массами звезд (например, планета), может двигаться по окружности вокруг центра масс синхронно с массивными телами, находясь в вершине равностороннего треугольника, основанием которого служит отрезок, соединяющий компоненты двойной звезды. Какую начальную скорость нужно сообщить телу в моделирующем эксперименте для того, чтобы воспроизвести это движение?

## **К программе «Система планет»**

1. *Кинематика планетных движений.* Какие конфигурации планет называются противостояниями? Какие конфигурации называются соединениями? Что такое сидерический и синодический периоды планеты и как они связаны между собой? Как можно объяснить видимые с Земли попятные движения планет?

2. *Звездные «рандеву».* По каким траекториям движутся звезды в ситуации парной встречи? По какой траектории движется одна из звезд в системе отсчета, связанной с второй звездой? Может ли при такой парной встрече образоваться двойная звезда? Возможен ли при парной встрече планетных систем переход планеты, обращающейся вокруг одной из звезд, к новому «хозяину», т.е. к обращению вокруг другой звезды?

3. *Двойные и тройные звезды.* Если где-то на просторах галактики двойной звезде случится сблизиться с одиночной звездой, может ли при такой космической встрече образоваться тройная звезда? Может ли произойти «обмен партнерами», т.е. переход одной из компонент двойной звезды к одиночному «пришельцу», так что в результате встречи одиночная звезда превратится в двойную, и наоборот, двойная станет одиночной?

4. *На параллельных и встречных курсах.* В каком случае взаимные возмущения орбит двух планет будут сильнее при прочих равных условиях: когда планеты обращаются вокруг звезды в одном направлении, или когда они обращаются в противоположных направлениях? Почему?

5. *«Хоровод планет» в симметричной системе.* Представьте себе гипотетическую систему из  $n$  одинаковых массивных планет, расположенных в вершинах правильного  $n$ -угольника, в центре которого находится звезда. Почему в такой системе возможно движение планет по кеплеровым эллипсам, как если бы движение каждой из них происходило под действием центральной силы тяготения, убывающей обратно пропорционально квадрату расстояния и создаваемой единственным неподвижным источником? Ведь на каждую планету, помимо силы тяготения звезды, действуют силы тяготения других (движущихся) планет. Какими должны быть начальные скорости планет, чтобы наблюдался такой «хоровод»? Устойчиво ли такое движение? Возможен ли такой «хоровод планет» в отсутствие центрального тела (звезды)?

6. *Лагранжевы частные решения задачи трех тел.* При каких условиях в системе трех массивных тел, связанных гравитационными взаимодействиями, возможны регулярные периодические движения? Приведите физическое объяснение возможности существования периодических движений в системе трех тел.