

УЧЕБНАЯ ИНТЕРНЕТ-КОЛЛЕКЦИЯ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ**Е. И Бутиков**

Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

e-mail: butikov@spb.runnet.ruweb: <http://www.ifmo.ru/butikov>

Движения планет, их спутников и других небесных тел дают наиболее убедительные наблюдаемые подтверждения законам классической ньютоновской механики. В этой замечательной небесной лаборатории все явления наблюдаются в наиболее чистом виде, не осложненные побочными факторами вроде трения и сопротивления воздуха, неизбежными в земной лаборатории.

Дифференциальные уравнения, описывающие движение тела в центральном поле тяготения с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния (планета, обращающаяся вокруг звезды; спутник, обращающийся вокруг планеты), имеют точное аналитическое решение (*задача Кеплера*). Отличительной чертой кеплерова движения является замечательная математическая простота возможных траекторий. Любое движение в центральном ньютоновом поле тяготения происходит по одному из *конических сечений* – кривых, образованных пересечением кругового конуса плоскостью. Точные аналитические решения существуют также для движений двух небесных тел под действием взаимных сил гравитационного притяжения – математически такая *задача двух тел* сводится к задаче о движении одного тела в центральном поле тяготения, создаваемом некоторым неподвижным точечным источником.

Самые удивительные явления небесной механики обнаруживаются в движениях систем трех и большего числа тел, связанных гравитационным взаимодействием. Когда к системе двух тел добавляется третье тело, мы приходим к *задаче трех тел*, которая в общем случае не имеет точного аналитического решения, т.е. не существует общих формул, которые давали бы возможность рассчитать положения и скорости движущихся тел при произвольных начальных условиях. Можно думать, что отсутствие общих аналитических решений обусловлено не слабостью математики, а скорее сложностью самих возможных движений. Замечательно, что эти сложные движения порождают простыми в математическом отношении детерминистскими физическими законами.

Некоторые примеры сложных движений в системах трех тел можно найти в разработанной нами Интернет-коллекции Java-апплетов (см. в сети www.ifmo.ru/butikov/Projects/CollectionR.html), которая может быть использована в учебном процессе по физике и астрономии и для самообразования. Приводимые примеры иллюстрируют удивительные траектории небесных тел, порой бросающие вызов нашей физической интуиции. Однако среди великого множества разнообразных чрезвычайно сложных движений существует несколько видов очень простых регулярных движений. Некоторые из них также включены в данную коллекцию.

Коллекция замечательных движений в системе многих тел состоит из следующих разделов:

- Ограниченная задача трех тел (спутник двойной планеты)
- Примеры ограниченной задачи трех тел (в двух системах отсчета)
- Плоское периодическое движение трех одинаковых тел по «восьмерке»
- Периодическое движение трех одинаковых тел по «восьмерке» (в двух системах отсчета)
- Вариации на тему плоского движения по «восьмерке»
- Движения трех тел в равносторонней конфигурации
- Плоские регулярные движения четырех тел одинаковой массы

Задачу трех тел называют *ограниченной*, если масса одного из тел много меньше масс двух других тел. В этом случае можно пренебречь влиянием легкого тела на движения массивных тел. Это значит, что массивные тела синхронно описывают геометрически подобные конические сечения в точности так, как это происходит в системе двух тел. Однако движение третьего (легкого) тела под действием сил тяготения двух массивных тел может быть чрезвычайно сложным несмотря на то, что движение последних происходит по сравнительно простым известным траекториям. В первом разделе коллекции приведено несколько примеров движения спутника (тела пренебрежимо малой массы) в системе двойной планеты, подобной системе Земля – Луна, но с иными (произвольными) массами компонент. Программа может отображать движение небесных тел либо в инерциальной системе отсчета, связанной с центром масс системы тел, либо в «геоцентрической» системе, т. е. систе-

ме, связанной с телом наибольшей массы. Размеры небесных тел на изображении сильно преувеличены (по сравнению с расстояниями между телами). При определенных условиях спутник в системе двойной планеты может время от времени менять своего «хозяина». Пример такого движения показан на рис. 1. Этот «комический баскетбол» может закончиться падением спутника на планету либо на «Луну», либо выбрасыванием спутника из системы.

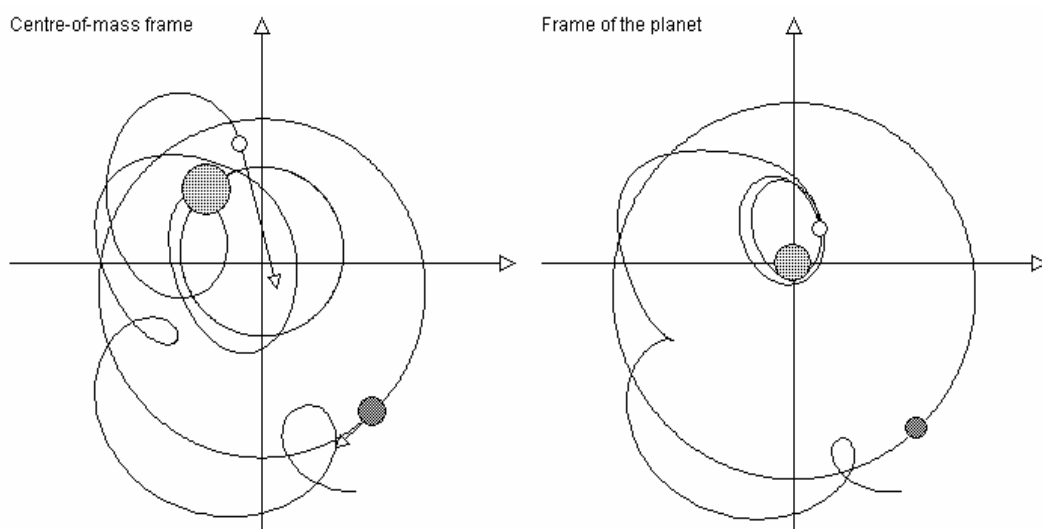


Рис. 1. Пример сложного движения в ограниченной задаче трех тел. Легкий спутник поочередно обращается вокруг каждой из компонент двойной планеты. Массивные тела синхронно совершают регулярные движения по кеплеровым эллипсам.

Сравнительно недавно было установлено, что три тела одинаковой массы, связанные гравитационным взаимодействием, могут совершать удивительно простое плоское периодическое движение, гоняясь друг за другом по высоко симметричной замкнутой траектории, имеющей вид цифры 8, как показано на рис. 2.

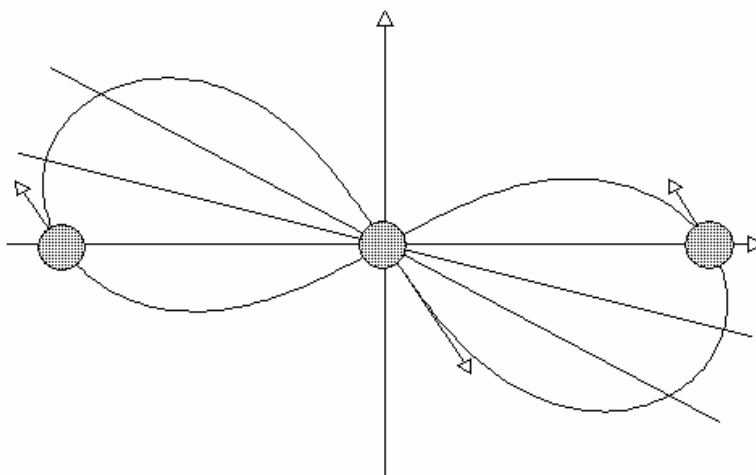


Рис. 2. Устойчивое регулярное движение трех тел одинаковой массы по траектории в виде цифры 8.

Для данного движения характерны нулевое значение полного момента импульса, и чрезвычайно богатый набор элементов симметрии. Тела начинают движение, находясь в коллинеарной конфигурации на равных расстояниях друг от друга, и возвращаются в точно такую же конфигурацию через некоторый интервал времени T , на протяжении которого каждое тело описывает целиком одну и ту же замкнутую восьмерку. Через интервал $T/3$ (треть полного периода) тела опять оказываются на той же прямой, что и в начальной коллинеарной конфигурации, но располагаются в ином порядке. Еще одна прямая линия, на которой три тела оказываются одновременно через интервал времени $T/6$ после начальной коллинеарной конфигурации, расположена симметрично начальной конфигурации (относительно оси восьмерки). В промежутке между этими коллинеарными конфигурациями (через $T/12$) тела образуют равнобедренный треугольник.

Со времен Лагранжа известно, что три тела даже с различными (произвольными) массами под действием взаимных гравитационных сил в определенных конфигурациях могут синхронно совер-

шать поразительно простые (кеплеровы) движения. В частности, тела могут двигаться в равносторонней конфигурации по концентрическим круговым траекториям, так что образуемый телами треугольник равномерно вращается как целое вокруг центра масс системы. Такое движение показано в левой части рис. 4. Правая часть этого рисунка иллюстрирует неустойчивость круговых движений в равносторонней конфигурации.

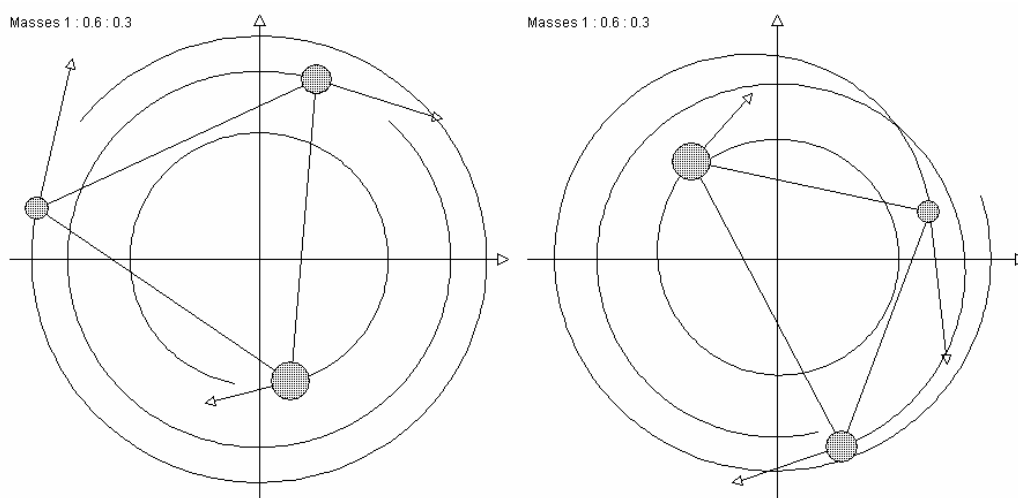


Рис. 3. Круговые движения трех тел разных масс в равносторонней конфигурации (слева) и иллюстрация неустойчивости таких движений (справа).

Три тела с различными массами в равносторонней конфигурации могут синхронно двигаться под действием сил взаимного тяготения не только по концентрическим окружностям, но и по геометрически подобным коническим сечениям, в частности, по эллипсам (рис. 4). В данном случае образуемый телами равносторонний треугольник вращается вокруг центра масс системы трех тел неравномерно, и длины его сторон периодически изменяются со временем.

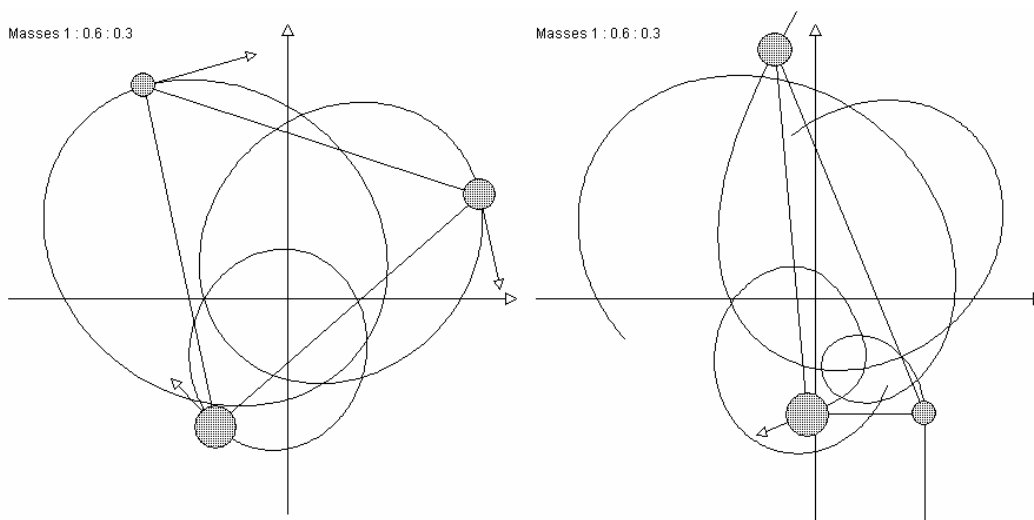


Рис. 4. Эллиптические движения трех тел разных масс в равносторонней конфигурации (слева) и иллюстрация неустойчивости таких движений (справа).

Равносторонняя конфигурация может сохраняться во время движения даже для тел различной массы потому, что в такой конфигурации результирующая гравитационная сила, действующая на каждое из тел со стороны двух других тел, направлена к центру масс системы и обратно пропорциональна квадрату расстояния данного тела от центра масс. Другими словами, можно считать, что каждое из тел движется в некотором эффективном центральном гравитационном поле, источник которого расположен в *неподвижном* центре масс системы, несмотря на то, что на самом деле это поле создается двумя *движущимися* телами. Поэтому тела могут двигаться синхронно по трем геометрически подобным кеплеровым эллипсам (коническим сечениям) с общим фокусом в центре масс системы. Строгое доказательство этого факта, как и описание других регулярных движений в системах многих тел, можно найти в статье автора "*Regular Keplerian Motions in Classical Many-Body Systems,*" *European Journal of Physics*, v. **21**, pp. 465 – 482, 2000.