

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИНАМИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Е. И. Бутиков

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

Тел.: (812) 542-37-63, e-mail: [butikov@spb.runnet.ru](mailto:butikov@spb.runnet.ru), web: [www.ifmo.ru/butikov](http://www.ifmo.ru/butikov)

Секция С: Предметные цифровые образовательные ресурсы.

При традиционных методах преподавания динамики твердого тела как раздела курса общей физики или теоретической механики студенты испытывают серьезные затруднения, связанные с необходимостью представить себе изучаемое движение в трехмерном пространстве, опираясь лишь на приведенные в книгах или на лекциях статичные двумерные изображения. Специально разработанные интерактивные программы, использующие графические возможности современных средств компьютерного моделирования, способны значительно облегчить восприятие пространственной картины явления. Моделирование позволяет привлечь внимание учащихся к тонким деталям изучаемого явления и придать наглядность абстрактным физическим законам и концепциям.

Для изучения динамики вращательного движения твердого тела нами разработаны на основе Java-технологий и размещены в сети две небольшие интерактивные моделирующие программы, которые можно использовать непосредственно в браузере. Программы сопровождаются методическими материалами, в которых подробно объясняются моделируемые явления. С помощью компьютерной программы «Свободное вращение симметричного волчка» [1] можно получить наглядное представление о том, как ведет себя мгновенная ось вращения тела в пространстве и как меняется положение этой оси в самом теле. В общем случае свободного вращения тела вектор угловой скорости и мгновенная ось вращения непрерывно изменяют свое направление. Даже при отсутствии моментов внешних сил, т.е. при свободном вращении тела (вращении «по инерции»), поведение мгновенной оси вращения оказывается весьма сложным. Еще более сложными представляются при этом траектории отдельных точек тела. На рис. 1 показано окно моделирующей программы [1] с динамической иллюстрацией прецессии симметричного волчка и одновременной геометрической интерпретацией такого вращения.

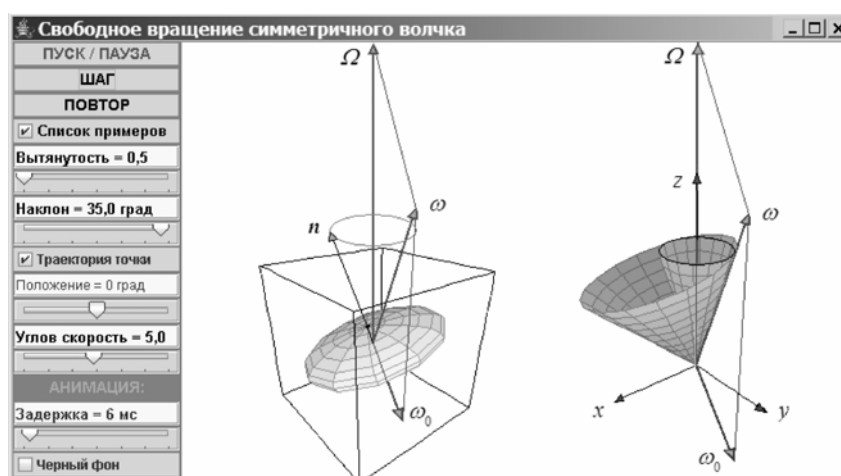


Рис. 1. Перспективная иллюстрация свободной прецессии симметричного волчка (слева) и геометрическая интерпретация такого вращения (справа).

Вектор мгновенной угловой скорости  $\omega$  совершает прецессию вокруг неизменного направления вектора момента импульса  $L$  с угловой скоростью  $\Omega$ , т.е. описывает в пространстве неподвижный круговой конус с вершиной в центре масс. Множество мгновенных осей вращения в разные моменты времени образует в пространстве круговой конус с вершиной в центре масс тела и осью, направленной вдоль  $L$  (вертикально на рис. 1). Такой конус называют неподвижным аксоидом. Представим себе еще один

круговой конус, на этот раз жестко связанный с телом. Ось этого конуса направлена вдоль оси симметрии тела в пространстве. Мгновенная ось вращения  $\omega$  в любой момент времени совпадает с одной из образующих связанного с телом конуса, а вся боковая поверхность этого конуса показывает, как расположена мгновенная ось вращения в разные моменты времени в самом теле, т.е. дает положение всего множества мгновенных осей вращения относительно тела. По этой причине такой мысленно связанный с движущимся телом круговой конус называют подвижным аксоидом.

Подвижный и неподвижный конусы соприкасаются своими боковыми поверхностями вдоль мгновенной оси вращения. Поведение мысленно связанного с телом подвижного аксоида представляет собой качение без проскальзывания по поверхности неподвижного аксоида. Точки тела, лежащие на оси симметрии, описывают окружности, центры которых находятся на оси неподвижного аксоида. Движение точек тела, не лежащих на оси симметрии, можно представить как сложение двух движений, а именно, вращения тела вокруг собственной оси с одновременным движением этой оси по конусу прецессии. Правая часть окна компьютерной программы дает наглядную динамическую картину этой геометрической интерпретации свободной прецессии симметричного волчка. Изображение в окне можно поворачивать вокруг вертикальной и горизонтальной осей, выбирая наиболее удобную точку зрения.

В случае тела сплюсненной формы свободное вращение может представиться весьма неожиданным. Действительно, связанный с телом подвижный аксоид соприкасается с неподвижным аксоидом своей внутренней поверхностью, как показано в правой части рис. 1. Когда прецессия оси тела происходит против часовой стрелки, а подвижный аксоид совершает внутреннее качение по неподвижному, собственное вращение тела происходит в противоположную сторону, т.е. по часовой стрелке. Рис. 1 дает представление о том, как компьютерная программа иллюстрирует такое необычное на первый взгляд движение тела.

Поведение быстро вращающегося симметричного тела, совершающего прецессию под действием силы тяжести, иллюстрируется компьютерной программой «Вынужденная прецессия гироскопа» [2]. Моделируется регулярная прецессия, т.е. движение оси по круговому конусу с вертикальной осью, происходящее при определенных начальных условиях. При отпуске оси раскрученного гироскопа происходит псевдoreгулярная прецессия, при которой вынужденная прецессия сопровождается нутацией. Причины нутации подробно объясняются в сопровождающих программу методических материалах. Сложение этих движений дает для верхнего конца оси траекторию, напоминающую циклоиду, т.е. кривую, которую рисует точка на ободу колеса, катящегося без проскальзывания. Программа показывает движение гироскопа и строит траекторию конца оси в пространстве, а также петлеобразную траекторию некоторой точки волчка, не лежащей на оси. Для наглядности строится траектория точки, находящейся на конце тонкой стрелки, выходящей из центра масс за пределы диска волчка. Можно представлять себе эту стрелку как жестко связанную с телом волчка («воткнутую» в него). Обе траектории лежат на поверхности сферы, центр которой находится в точке опоры.

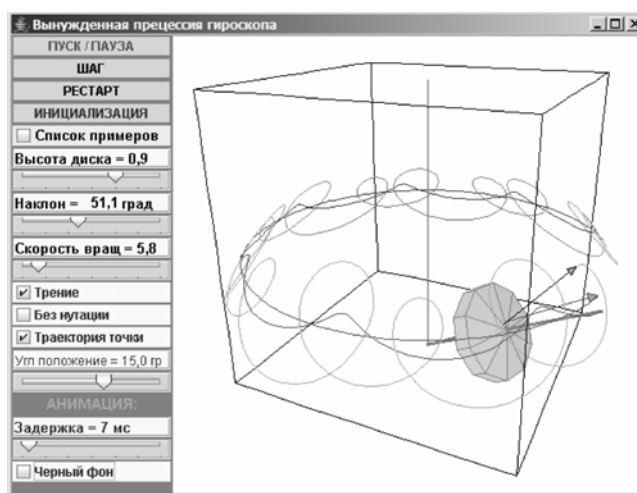


Рис. 2. Траектории верхнего конца оси гироскопа и точки, не лежащей на оси, при постепенном переходе псевдoreгулярной прецессии в установившуюся регулярную прецессию.

При других начальных условиях сложение прецессии и нутации может порождать траектории верхнего конца оси волчка петлеобразного и волнообразного (синусообразного) вида. Программа позволяет изменять параметры системы и варьировать начальные условия. Компьютерное моделирование создает

впечатляющие и легко запоминающиеся зрительные образы, способствующие пониманию важных деталей изучаемого явления в гораздо большей степени, нежели соответствующие математические уравнения.

1. Бутиков Е.И. Свободное вращение симметричного волчка. [www.ifmo.ru/butikov/Applets/PrecessionR.html](http://www.ifmo.ru/butikov/Applets/PrecessionR.html)
2. Бутиков Е. И. Вынужденная прецессия гироскопа. [www.ifmo.ru/butikov/Applets/GyroscopeR.html](http://www.ifmo.ru/butikov/Applets/GyroscopeR.html)